Université Mohammed V

Faculté des Sciences

Rabat

Année universitaire 2023/2024

Filière MIP

Evaluation 1 de Mécanique du Point Matériel

Exercice 1 : *(13 points)*

On considère un repère fixe $\Re(O, x, y, z)$ muni de la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (repère absolu, galiléen), (xOy) étant le plan horizontal. Soit une tige, horizontale homogène de longueur 2a, en mouvement autour de son centre O_1 (O_1 appartient à l'axe $\vec{Oz}$) avec une vitesse angulaire constante ω. On désigne par $\Re_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$ un repère, lié à la tige, muni de la base $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$ (repère relatif) tel que le plan $(x_1O_1y_1)$ reste constamment parallèle au plan (xOy) et $\vec{k_1} = \vec{k}$. La tige est confondue à tout instant avec l'axe $\vec{O_1x_1}$ (voir figure 1). L'origine O_1 de $\Re_1$ se déplace le long de l'axe $\vec{Oz}$ tel que $\vec{OO_1} = a\cos\varphi\,\vec{k} = a\cos(\omega t)\,\vec{k}$. Le vecteur vitesse angulaire de rotation du repère $\Re_1$ par rapport au repère $\Re$ est $\vec{\Omega}(\Re_1/\Re) = \omega\vec{k_1}$. Un point matériel M, de masse m, se déplace sur la tige et est repéré dans $\Re_1$ par $\vec{O_1M} = a\sin\varphi\,\vec{i_1} = a\sin(\omega t)\,\vec{i_1}$. (t désigne le temps).

Tous les vecteurs doivent être exprimés dans la base $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$:

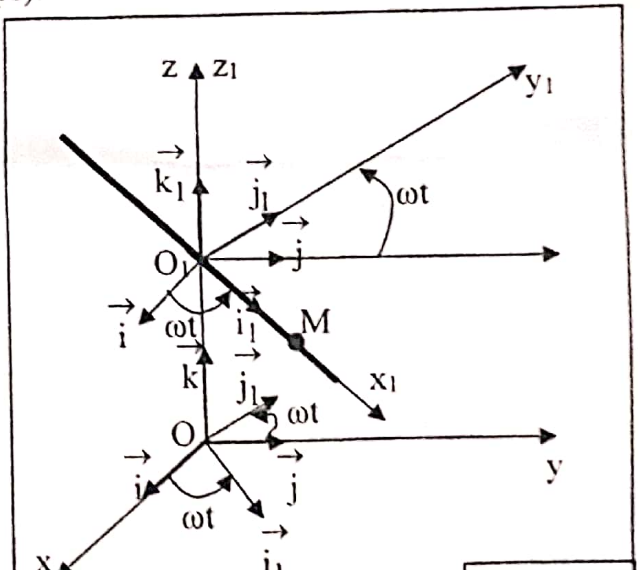

Figure 1

1) **a.** Déterminer le vecteur vitesse relative du point M.

$\vec{v_r}(M) = \vec{V}(M/\Re_1)$

b. Déterminer le vecteur vitesse d'entraînement, $\vec{v_e}(M)$, du point M.

c. En déduire le vecteur vitesse absolue, $\vec{v_a}(M) = \vec{V}(M/\Re)$, de M.

2) **a.** Déterminer le vecteur accélération relative, $\vec{\gamma_r}(M) = \vec{\gamma}(M/\Re_1)$, de la particule M.

b. Donner l'expression du vecteur accélération d'entraînement de M, $\vec{\gamma_e}(M)$.

c. Exprimer le vecteur accélération de Coriolis, $\vec{\gamma_c}(M)$.

3. a. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au point M dans le repère relatif $\Re_1$.

b. En déduire les composantes R_x, R_y et R_z de la réaction $\vec{R}$, exercée sur M par la tige.

4. Calculer les puissances de toutes les forces qui s'appliquent au point M dans le repère $\Re_1$.

Exercice 2 : *(7 points)*

Dans un repère orthonormé galiléen $\Re(O,x,y,z)$ de base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, une particule M de masse m se déplace sans frottements sur un cercle rigide de rayon a, situé dans le plan horizontal (xOy) (voir figure 2). La particule M est repérée par ses coordonnées polaires $(\rho = a, \varphi)$ dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$.

Dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$, exprimer :

1°) le vecteur position $\vec{OM}$.

2°) le vecteur vitesse $\vec{v}(M/\Re)$.

3°) le vecteur accélération instantanée $\vec{\gamma}(M/\Re)$.

4°) Déterminer les accélérations tangentielle $\gamma_t(M/\Re)$ et normale $\gamma_n(M/\Re)$.

5°) Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la particule M dans le repère $\Re$ quand elle décrit un mouvement circulaire uniforme ($\varphi = \omega t$, (ω est constante et t désigne le temps)). Déduire les valeurs des composantes R_ρ, R_φ et R_z de la réaction $\vec{R}$ du cercle sur le point M dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$.

Figure 2