

RATTRAPAGE
Premier semestre (S1) Automne 2019
Module : THERMODYNAMIQUE (1 Heure 30 min)

EXERCICE 1 : [14 pts]

On fait subir à une masse m d'un gaz parfait un cycle ABCA constitué des transformations réversibles suivantes :

- un échauffement isochore de l'état A (P_A, T_A, V_A, U_A, S_A) à l'état B (P_B, T_B, V_B, U_B, S_B),
- une détente adiabatique de l'état B à l'état C (P_C, T_C, V_C, U_C, S_C),
- un refroidissement isobare de l'état C à l'état A .

Données :

On suppose que les chaleurs massiques c_V et c_P du gaz sont constantes.

On note : $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$; $X = \frac{P_B}{P_A}$

Questions :

- 1/ Tracer l'allure du cycle ABCA dans le diagramme $P = P(V)$ de CLAPEYRON. [1,5 pt]**
- 2/ Montrer que le cycle est moteur et préciser (sans calcul) le signe du travail total W_{cycle} échangé par le gaz avec le milieu extérieur au cours du cycle. [1 pt]**
- 3/ Représenter l'allure du cycle ABCA dans le diagramme entropique $T = T(S)$. [1,5 pt]**
- 4/ Comparer les entropies S_A , S_B et S_C aux états A, B et C. De même, comparer les énergies internes U_A , U_B et U_C correspondant à ces états. Justifier vos réponses. [1 pt]**
- 5/ Donner les expressions des quantités de chaleur Q_{AB} et Q_{CA} échangées par le gaz avec le milieu extérieur au cours des transformations AB et CA respectivement. Préciser le signe de chacune de ces quantités de chaleur. [1,5 pt]**
- 6/ En appliquant le premier principe de la thermodynamique au cycle, donner l'expression du travail W_{cycle} en fonction des quantités de chaleur Q_{AB} et Q_{CA} . [1pt]**
- 7/ Définir le rendement η du cycle ABCA. [1pt]**

8/ Exprimer η en fonction des quantités de chaleur Q_{AB} et Q_{CA} , puis en fonction de γ et des températures T_A , T_B et T_C . [1,5 pt]

9/ Déterminer l'expression de la température T_B en fonction de T_A et X . [1 pt]

10/ Par application du deuxième principe de la thermodynamique au cycle, trouver l'expression de la température T_C en fonction de T_A , X et γ . [1,5 pt]

11/ Montrer alors que le rendement η peut s'écrire en fonction de X et γ comme suit : (1 / γ)

$$\eta = 1 - \gamma \cdot \frac{1 - X}{1 - X} \quad [1 \text{ pt}]$$

12/ On prend : $X = 4$ et $\gamma = 1,4$. Calculer η . [0,5 pt]

EXERCICE 2 : [6 pts]

Les coefficients thermoélastiques α , β et χ pour un fluide quelconque sont donnés par les expressions suivantes :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad ; \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad \text{et} \quad \chi = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Questions :

On considère une mole d'un gaz réel obéissant à l'équation d'état de VAN DER WAALS :

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - b) = RT \quad (\text{a et b sont deux constantes}).$$

1/ Préciser les unités de a et de b dans le système international d'unités (SI). [1 pt]

2/ En faisant la différentielle de l'équation d'état, montrer la relation suivante :

$$dP - \left(\frac{R}{V - b} \right) dT - \left(\frac{2a}{V^3} - \frac{RT}{(V - b)^2} \right) dV = 0 \quad (*) \quad [1 \text{ pt}]$$

3/ Exploiter la relation (*) pour déterminer les expressions des coefficients α , β et χ du gaz en fonction de T , V , a , b et R . [3 pts]

4/ Vérifier, pour ce gaz, la relation générale : $\frac{\chi \cdot \beta}{\alpha} = \frac{1}{P}$ [0,5 pt]

5/ Retrouver (sans faire d'autres calculs) les expressions des coefficients α_0 , β_0 et χ_0 relatifs au gaz parfait. [0,5 pt]