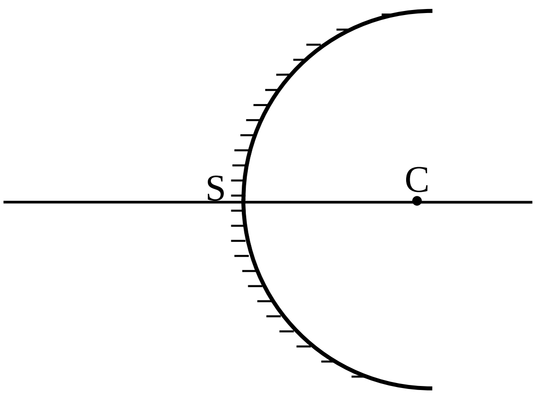
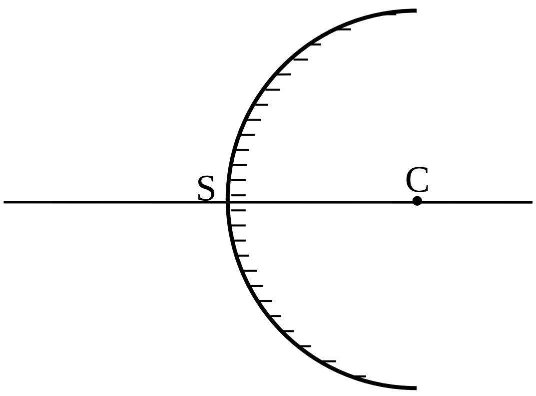
Chapitre 3 : miroirs sphériques

I. Définition

Un miroir sphérique est une calotte sphérique réfléchissante, on distingue les miroirs sphériques concaves et miroirs sphériques convexes.



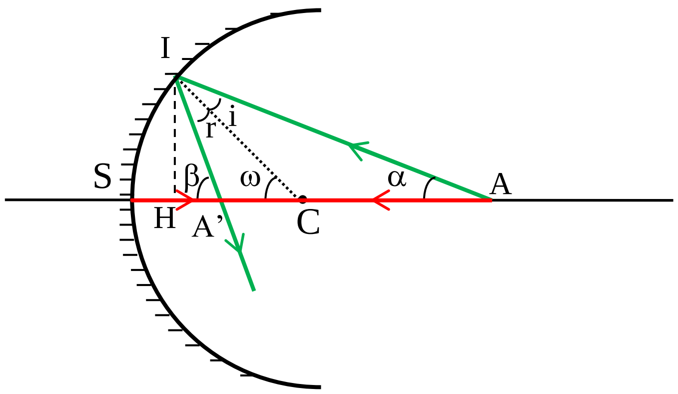
Miroir concave



Miroir convexe

C est le centre de la sphère dans laquelle a été découpé le miroir, c'est le centre du miroir. S est le sommet du miroir.

II. Formules des miroirs



On appelle $\overline{SC}$ rayon de courbure du miroir noté R, $\overline{SC} = R$

$$tg\beta = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}},\ \ tg\omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}} \text{ et } tg\alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}}$$

A' dépend de I, pas d'image nette. Il y'a stigmatisme approché si le miroir est utilisé dans l'approximation de Gauss :

- Le miroir est de faible ouverture
- Les rayons sont peu inclinés sur l'axe

Dans ce cas, on peut écrire : $\overline{HC} = \overline{SC}, avec\ tg\alpha \approx \alpha, tg\beta \approx \beta\ et\ tg\omega \approx \omega$

Ce qui donne :

$$\beta = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}},\ \ \omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}} \text{ et } \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}}$$

De plus $\beta = \omega + r, \omega = i + \alpha\ avec\ i = r$

$\Longrightarrow$ $\beta + \alpha = 2\omega$

On a donc :

$$\frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} + \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} = 2\frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}$$

$\Longrightarrow$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

C'est la relation de conjugaison des miroirs sphériques en prenant comme origine le sommet S du miroir.

En prenant comme origine le centre C du miroir, on a la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

*Convention : On considérera les distances des objets et images réelles positives et virtuelles négatives

- Remarque :
  - Si le point A est rejeté à l'infini (faisceau incident parallèle) :

$$\frac{1}{\overline{SA}} \approx 0 \qquad \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Tous les rayons convergent vers un point unique de l'axe appelé foyer principal image du miroir, noté F'.

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \qquad \boldsymbol{\overline{SF'}} = \frac{\boldsymbol{\overline{SC}}}{\mathbf{2}}$$

- Si l'image est rejetée à l'infini : (faisceau réfléchi parallèle)

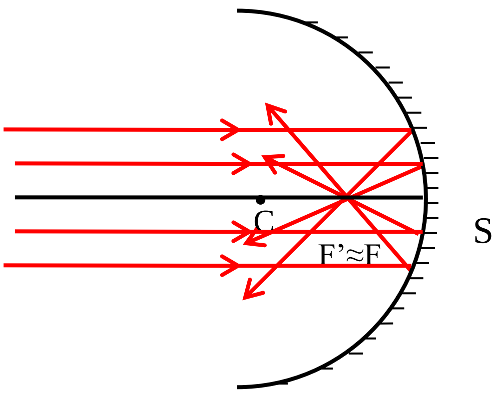
$$\frac{1}{\overline{SA'}} \approx 0 \qquad \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Tous les rayons qui passent par un point de l'axe appelé foyer principal objet du miroir noté F, sont réfléchis parallèlement à l'axe optique du miroir.

$$\frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \qquad \boldsymbol{\overline{SF}} = \frac{\boldsymbol{\overline{SC}}}{\mathbf{2}}$$

On conclut que le foyer objet F et le foyer image F' d'un miroir sphérique sont confondus :

$$\boldsymbol{F \approx F'}$$



- Dans un miroir plan R → ∞ :

$$\frac{1}{\overline{SC}} \approx 0$$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = -\frac{1}{\overline{SA}}, \qquad \text{donc } \overline{SA'} = -\overline{SA}$$

On retrouve ici la relation de conjugaison d'un miroir plan

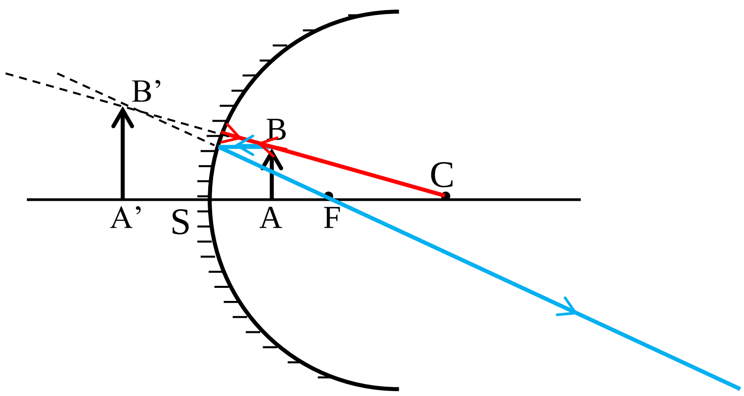
III. Construction des images.

Soit un petit objet AB perpendiculaire à l'axe. Pour construire son image on considérera les trois rayons remarquables :

- Un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal image F'.
- Un rayon issu de B passant par le centre de courbure C est réfléchi sur lui même
- Un rayon issu de B qui passe par le foyer objet F est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

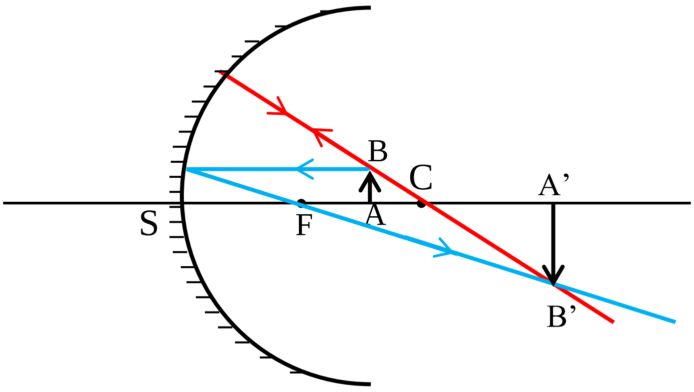
La connaissance de deux de ces rayons suffit à déterminer l'image A'B'

Objet situé entre le miroir et le foyer F.



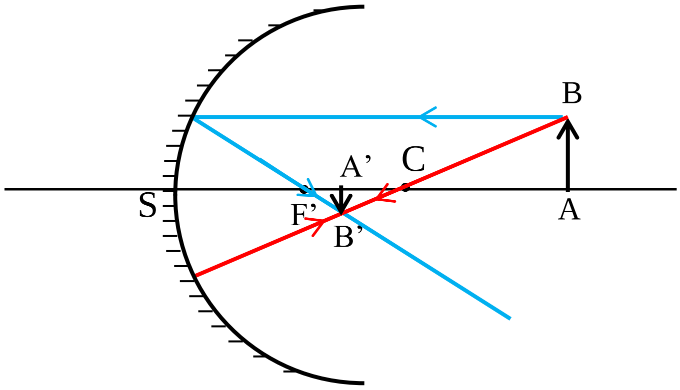
L'image est virtuelle droite et plus grande que l'objet.

Objet situé entre le foyer F et le centre de courbure C.



L'image est réelle renversée et plus grande que l'objet.

Objet situé entre le centre de courbure C et l'infini.



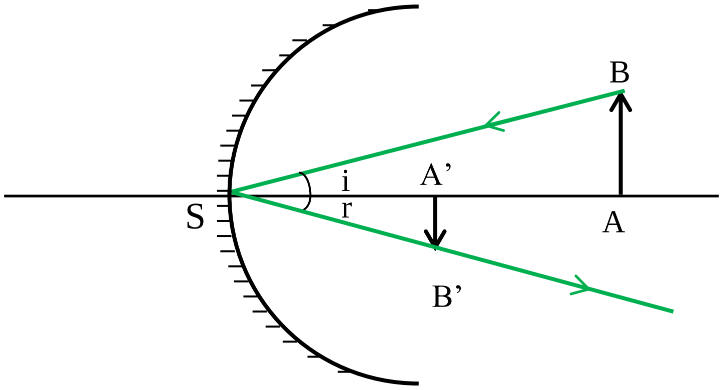
L'image est réelle, renversée et plus petite que l'objet

IV. Grandissement transversal.

IV-1. Origine au sommet

On définit le grandissement comme étant la grandeur

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



$$\operatorname{tg} i = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} \quad et \quad \operatorname{tg} r = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Or i = r, ce qui donne :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

On obtient :

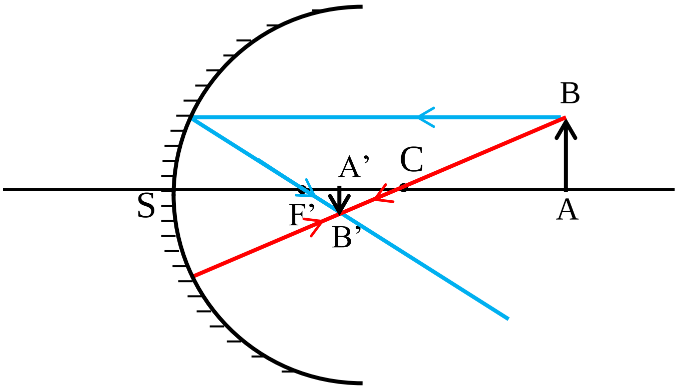
$$\boldsymbol{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$

γ >0 : Si l'image et l'objet sont de même sens

γ <0 : Si l'image et l'objet sont de sens opposés.

IV-2. Origine au centre

Soit la construction géométrique suivante :



On peut écrire :

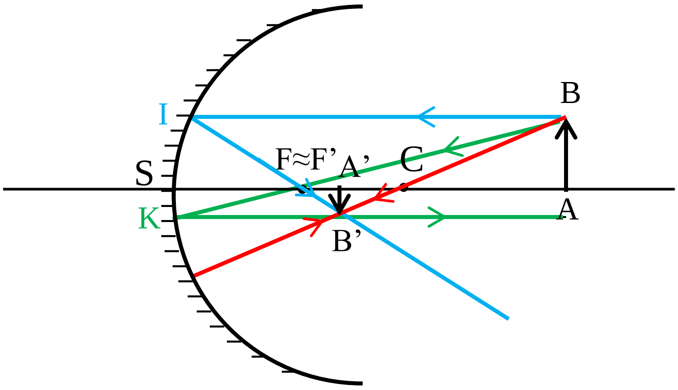
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{A'C}}$$

D'où l'on peut tirer l'expression du grandissement avec origine au centre C :

$$\boldsymbol{\gamma_t} = \frac{\overline{\boldsymbol{A'B'}}}{\overline{\boldsymbol{AB}}} = \frac{\overline{\boldsymbol{CA'}}}{\overline{\boldsymbol{CA}}}$$

IV-3. Avec origine aux foyers et formule de Newton.

Soit la construction géométrique suivante :



Considérons de rayon issu de B qui arrive parallèlement à l'axe et qui converge vers B' zn passant par F'. On peut écrire :

$$\frac{\overline{B'A'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{SF'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SF'}}$$

Ce qui donne l'expression du grandissement transversal avec origine au foyer image F' :

$$\boldsymbol{\gamma_t} = \frac{\overline{\boldsymbol{A'B'}}}{\overline{\boldsymbol{AB}}} = \frac{\overline{\boldsymbol{F'A'}}}{\overline{\boldsymbol{F'S}}}$$

Considérons maintenant le rayon issu de B, qui passe par le foyer objet F et qui est réfléchi parallèlement à l'axe. On obtient :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{KS}}{\overline{SF}} = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SF}}$$

D'où l'expression du grandissement transversal avec origine au foyer objet F :

$$\boldsymbol{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}}$$

En faisant l'égalité entre les deux dernières expressions du grandissement transversal avec origines aux foyers image F' et objet F. on obtient la formule de Newton qui donne les positions du point objet A et de son image A' en prenant le foyer comme origine :

$$\boldsymbol{\overline{FA}.\overline{FA}' = \overline{FS}^2}$$

V. Grandissement axial ou longitudinal

Dans le cas d'un objet avec une structure allongée, le grandissement axial γ_a est défini par :

$$\gamma_a = \frac{d\overline{SA'}}{d\overline{SA}}$$

En différenciant la relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

On obtient l'expression du grandissement axial

$$\boldsymbol{\gamma_a = \frac{d\overline{SA'}}{d\overline{SA}} = -\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2} = -{\gamma_t}^2}$$

VI. Vergence du miroir sphérique.

La vergence V du miroir sphérique est donnée par :

$$V = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$