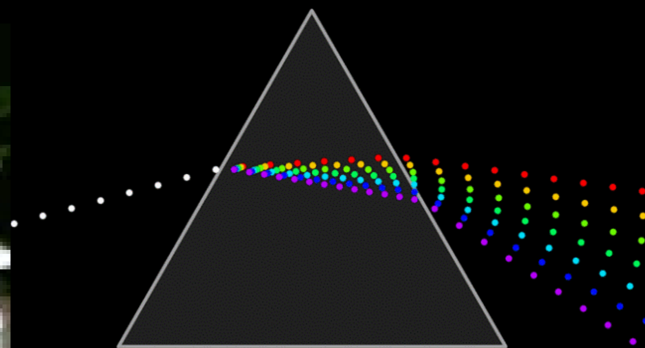
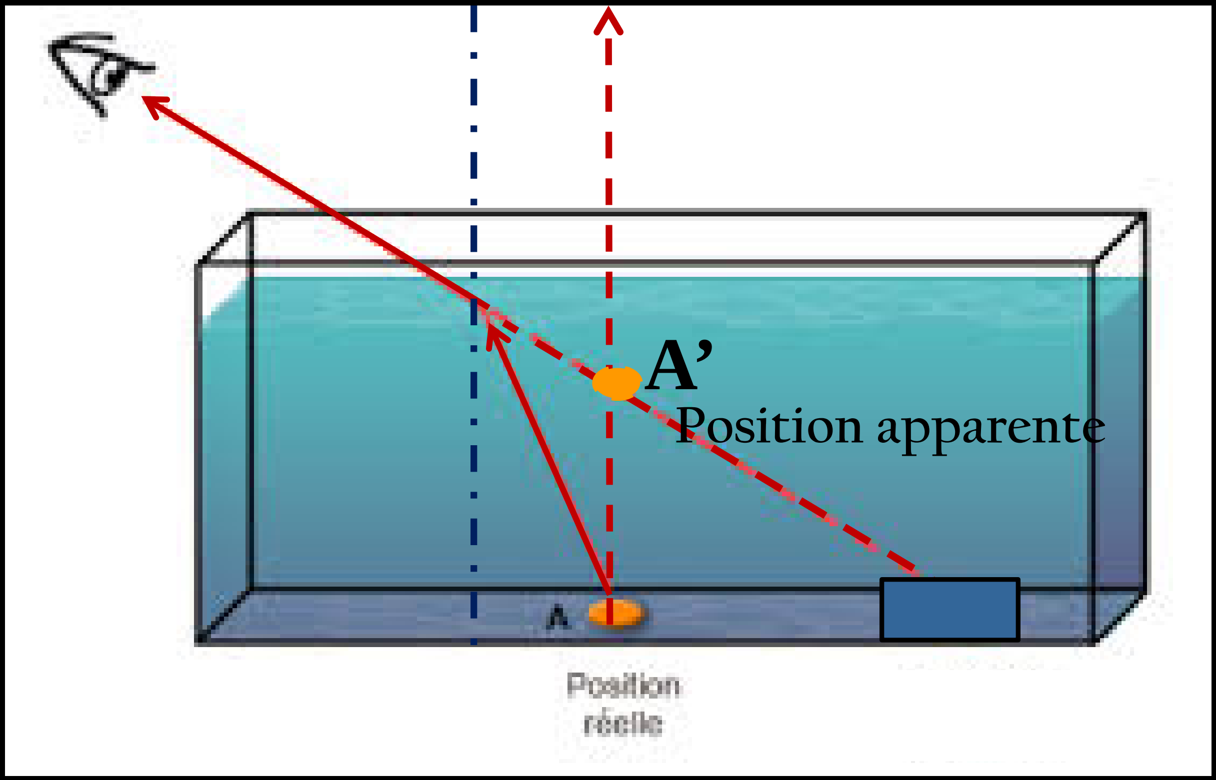
Système optique à surface plane : Miroir et Dioptre plans, Lame à faces parallèles et Prisme

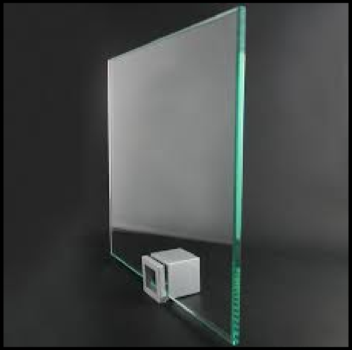


Pr. Hamid TOUMA
Département de Physique
Faculté des Sciences de Rabat
Université Mohamed V Rabat

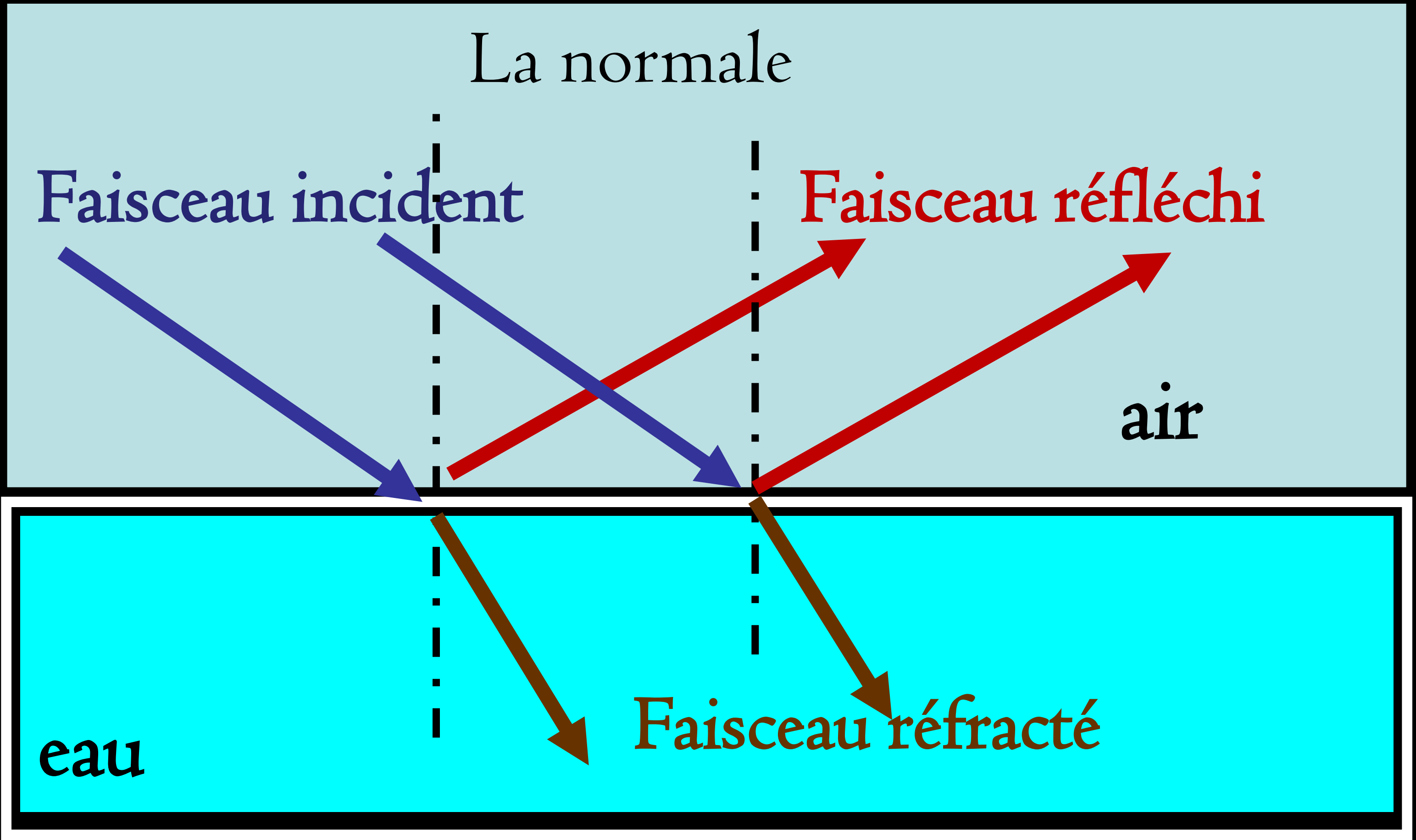
Le dioptre plan



*On appelle **dioptre plan** la surface plane séparant deux milieux transparents et homogènes d'indices de réfraction différents.*



exemple

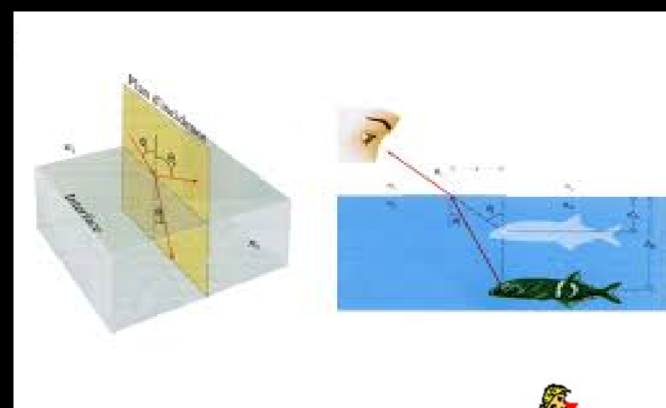


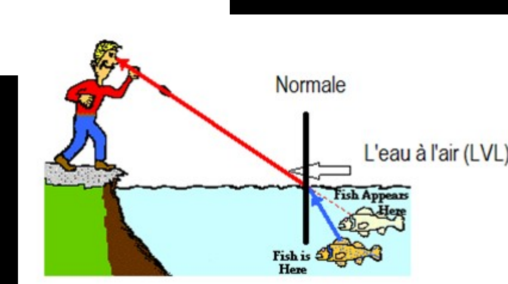
- *L'image d'un objet placé dans le milieu le plus réfringent :*

  En ramassant une roche ou un coquillage que nous voyons sous l'eau, à portée de la main, nous sommes généralement étonnés de devoir enfoncer le bras plus que nous ne l'avions prévu.

- *Un crayon placé dans l'eau nous parait brisé.*
- *Un bassin parait toujours plus profond quand il est vide.*

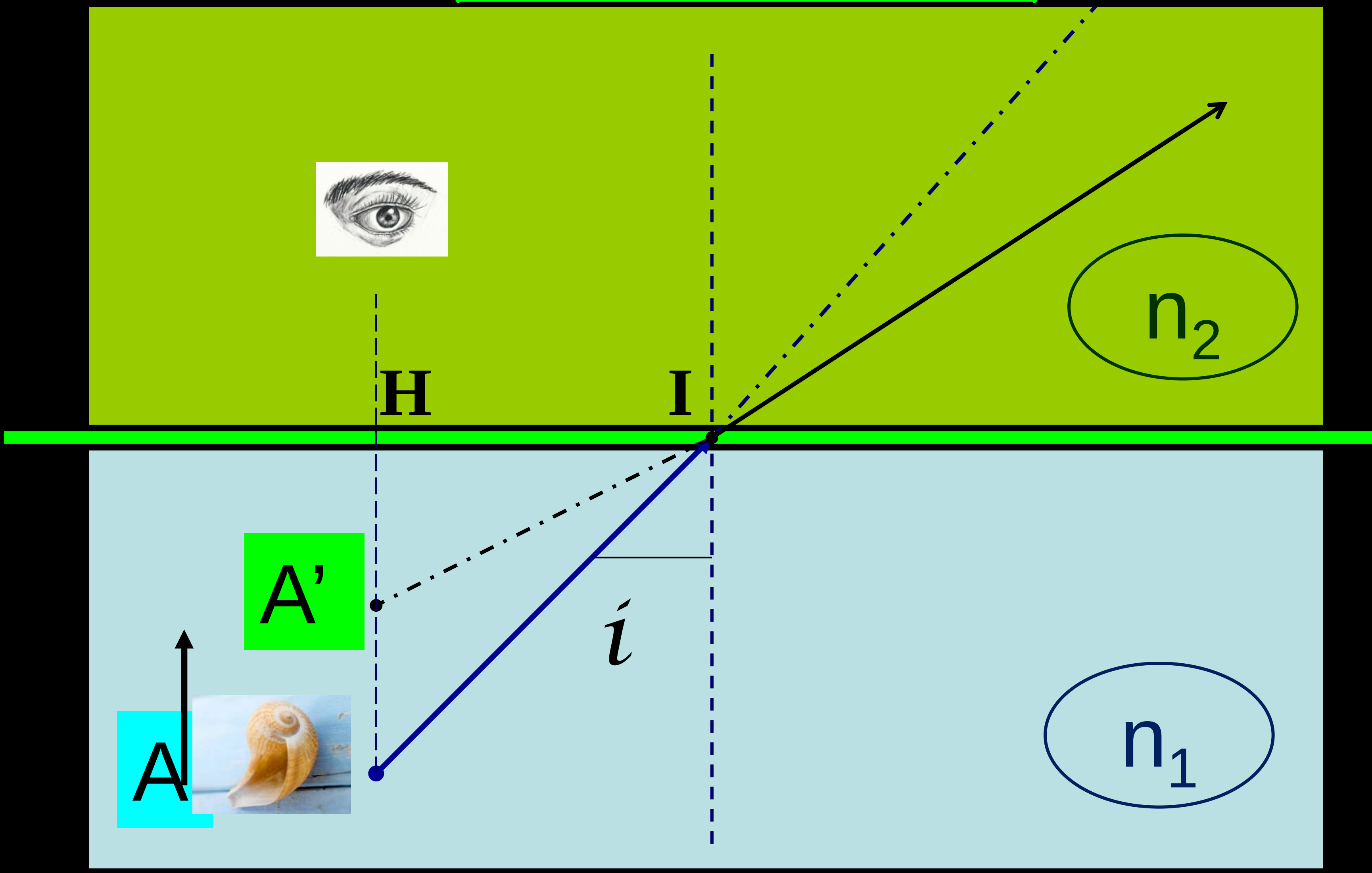




$n_2 < n_1$

$$i \leq \Lambda \quad \text{avec} \quad \sin(\Lambda) = \frac{n_2}{n_1}$$



A' est une image virtuelle

- *En appliquant les lois de Snell-Descartes, nous pouvons remarquer que la rayon lumineux AI arrive sous un angle d'incidence i au point I de la surface séparant les deux milieux d'indices n_1 et n_2. Comme $n_2 < n_1$ le rayon lumineux réfracté s'éloigne de la normale d'un angle i', en coupant AH en A'.*
- *A' est alors l'image virtuelle fournie par le dioptre, du point objet A. Les deux points A et A' sont alors conjugués par rapport au dioptre.*

$$\boxed{n_1.\sin i_1 = n_2.\sin i_2}$$

Conditions de Gauss

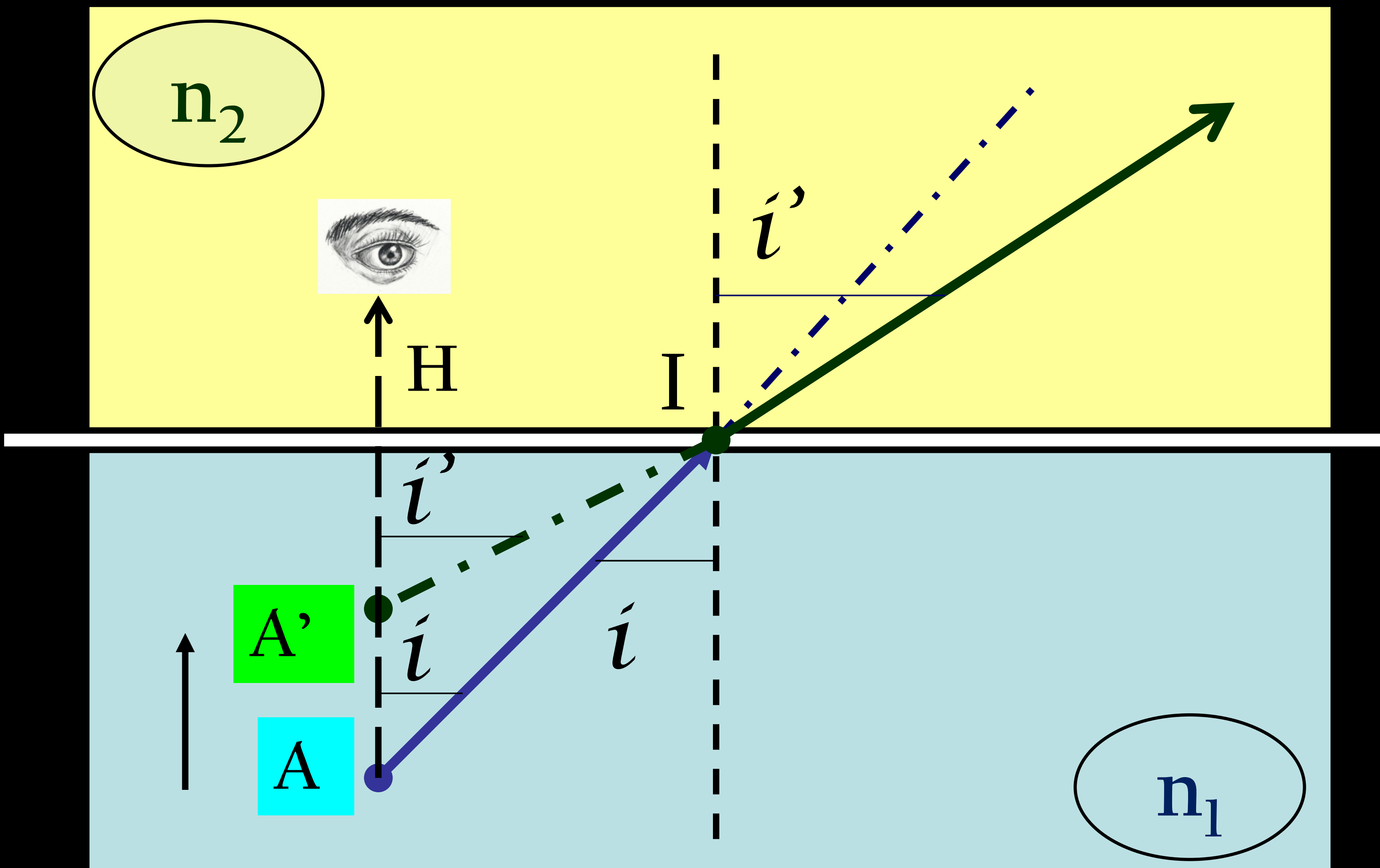
Lorsque le point objet n'envoie que des rayons incidents sensiblement proches à la normale au dioptre plan, autrement dit pour des angles i et r faibles, et les lois de Snell-Descartes s'écrivent comme suit :

$$\underbrace{i = r}_{\text{Réflexion}} \quad \text{et} \quad \underbrace{n_1 . i_1 = n_2 . i_2}_{\text{Réfraction}}$$

$$\boxed{n_1.\sin i_1 = n_2.\sin i_2}$$

$n_2 < n_1$

$$\mathrm{tg}(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \quad \text{et} \quad \mathrm{tg}(i') = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}$$



$$\boxed{\mathrm{tg}(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \quad \text{et} \quad \mathrm{tg}(i') = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}} \quad \overline{HI} = \overline{HA}.\mathrm{tg}(i) = \overline{HA'}.\mathrm{tg}(i')$$

D'autre part, en appliquant ***la loi de réfraction****, nous aurons :*

$$n_1.\sin(i) = n_2.\sin(i') \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sin(i)}{\sin(i')} = \frac{n_2}{n_1} = \text{cste}$$

$$\overline{HA'} = \overline{HA}.\frac{\sin(i)}{\sin(i')}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)} = \overline{HA}.\frac{n_2}{n_1}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)}$$

$\simeq 1$

Dans l'approximation de Gauss, les angles d'incidence i et de réfraction i' sont faibles de telle sorte qu'on puisse écrire :

Conditions de Gauss $\quad \sin(i) \approx \mathrm{tg}(i) \approx i \quad$ et $\quad \sin(i') \approx \mathrm{tg}(i') \approx i'$

$$\overline{HA'} = \overline{HA}.\frac{\mathrm{tg}(i)}{\mathrm{tg}(i')} \approx \overline{HA}.\frac{\sin(i)}{\sin(i')} \approx \overline{HA}.\frac{n_2}{n_1}$$

d'où la formule de conjugaison pour un dioptre plan séparant deux milieux n_1 et n_2 :

$$\boxed{\frac{\overline{HA'}}{n_2} = \frac{\overline{HA}}{n_1}}$$

Dans le cadre de L'approximation de Gauss

H est un point de la surface réfringente

Relation de conjugaison d'un dioptre plan séparant deux milieux homogènes n_1 et n_2

$$\boxed{\frac{n_2}{\overline{\overline{HA'}}} - \frac{n_1}{\overline{\overline{HA}}} = \frac{1}{\infty} = 0}$$

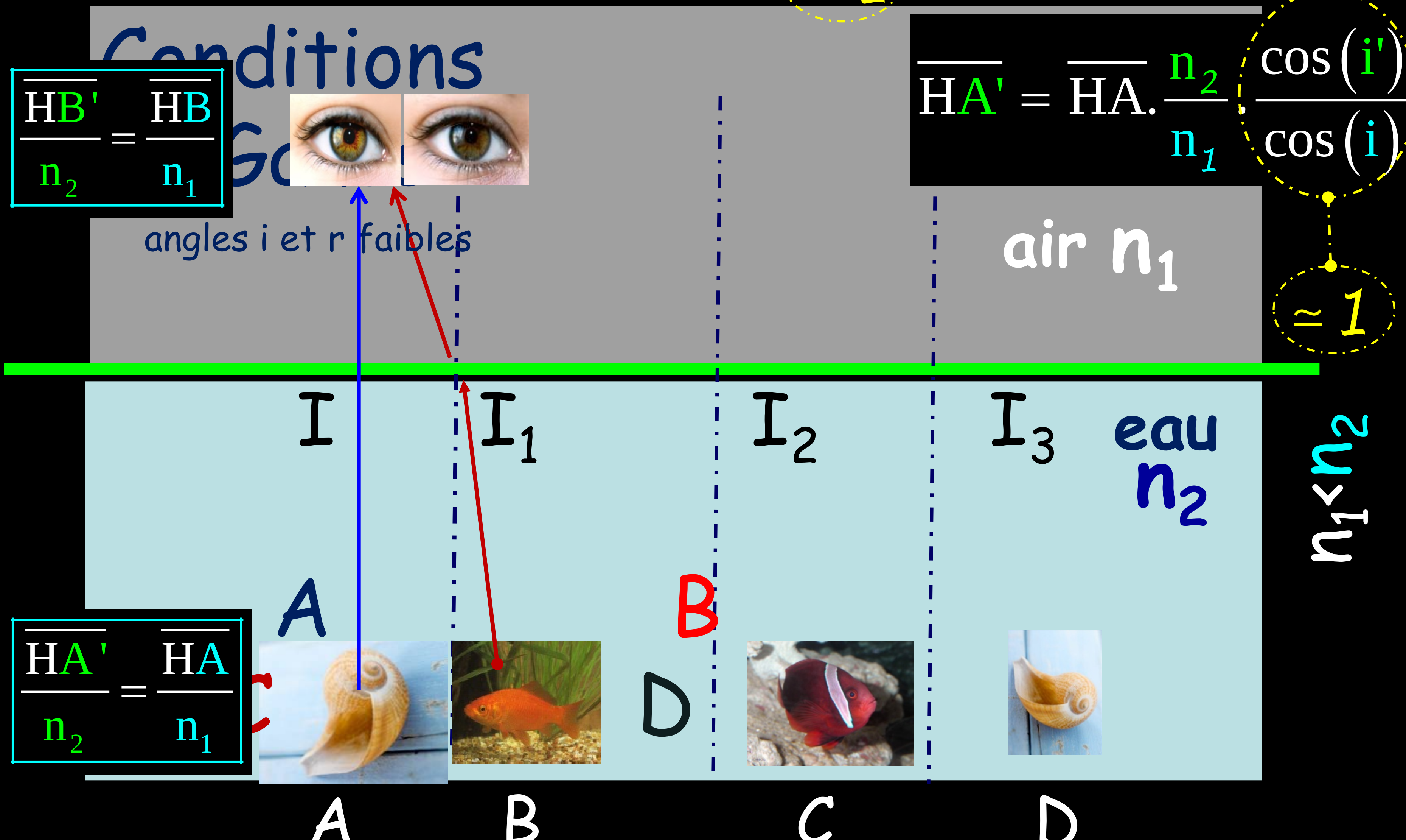
A et B sont vus d'une façon nette,

$$\overline{HB'} = \overline{HB}.\frac{n_2}{n_1}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)}$$

$\simeq 1$

$$\overline{HA'} = \overline{HA}.\frac{n_2}{n_1}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)}$$

$\simeq 1$

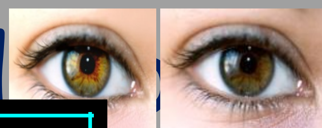


C et D sont flous

$$\overline{HD'} = \overline{HD}.\frac{n_2}{n_1}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)} \qquad \neq 1$$

$$\overline{HC'} = \overline{HC}.\frac{n_2}{n_1}.\frac{\cos(i')}{\cos(i)} \qquad \neq 1$$

Pas de Cond… de



$$\frac{\overline{HD'}}{n_2} \neq \frac{\overline{HD}}{n_1}$$

angles i et r sont grands

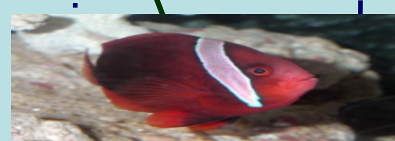
n_1 air

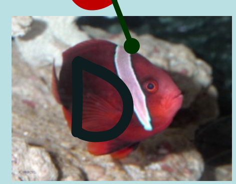
I I_1 I_2 I_3

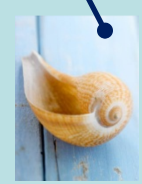
eau n_2

$n_1 < n_2$

$$\frac{\overline{HC'}}{n_2} \neq \frac{\overline{HC}}{n_1}$$







Images de C et de D sont allongées

C D

$n_1 > n_2$

$$\frac{\overline{HA'}}{n_2} = \frac{\overline{HA}}{n_1}$$

n_2

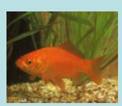
Conditions de Gauss

Relation de conjugaison d'un dioptre plan (n_I, n_2)

$$\frac{n_2}{\overline{HA'}} - \frac{n_1}{\overline{HA}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

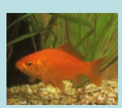
H

A'



$$\overline{AA'} = \overline{AH}.\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)$$

A



n_1

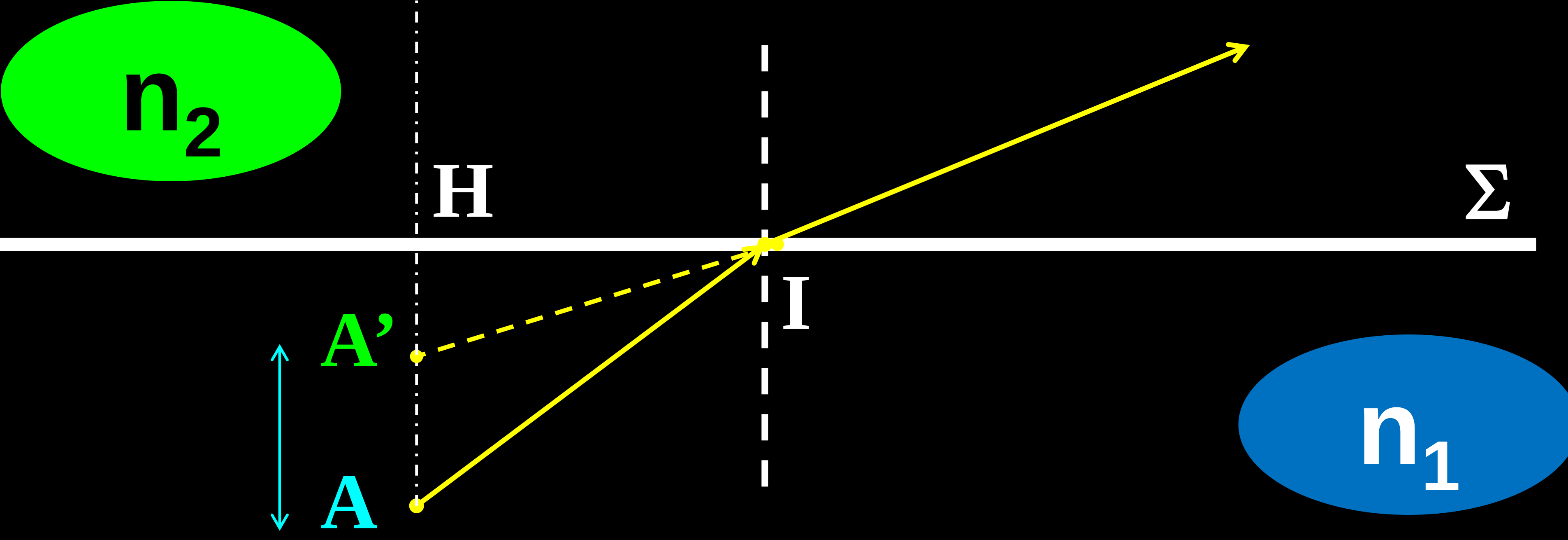
- Il est à remarquer que les deux points **objet A** et son **image A'** sont situés dans le même milieu. Donc, **si l'un réel, l'autre est forcément virtuel**.

$$\boxed{\frac{\overline{HA'}}{n_2} = \frac{\overline{HA}}{n_1}}$$

Relation de Chasles

- Le point **image A'** se déduit alors de son point **objet A** par une **translation** apparente d'amplitude: $\overline{AA'}$

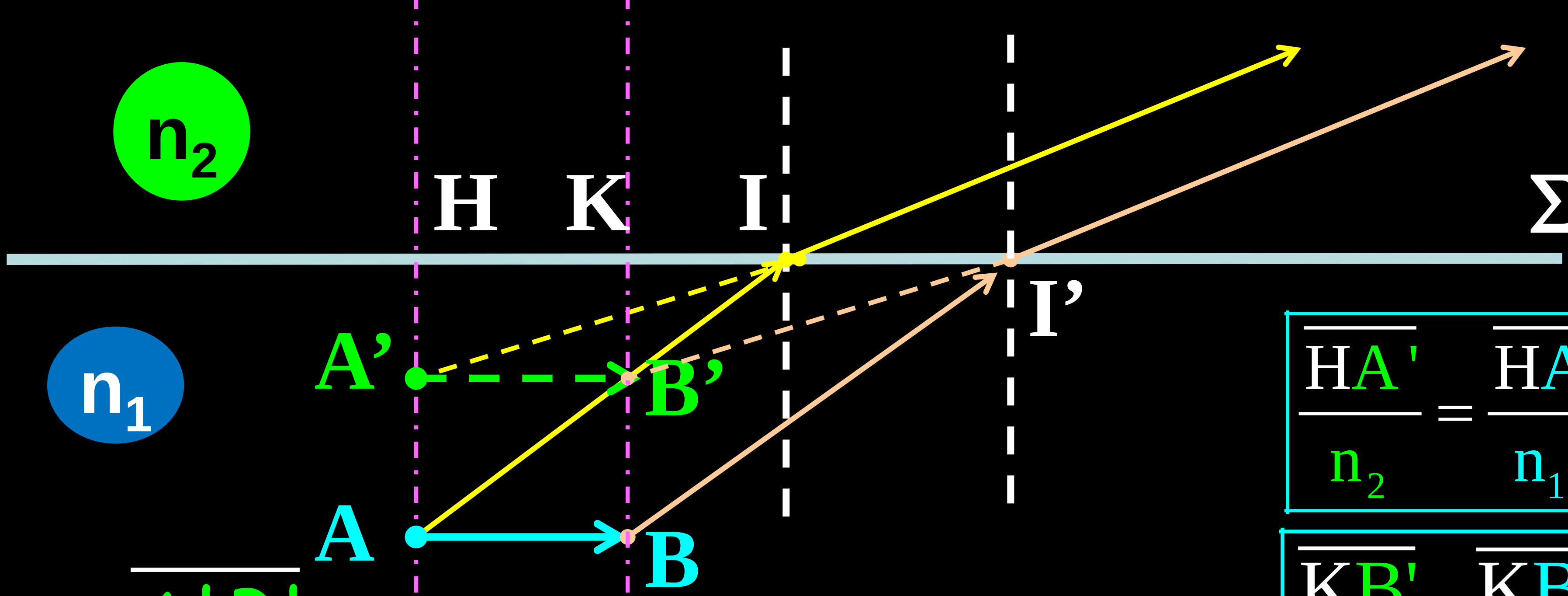
$$\overline{AA'} = \overline{AH}.\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)$$



$$\boxed{\overline{AA'} = \overline{AH}\,.\left(1-\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

$$\boxed{\frac{\overline{HA'}}{n_2} = \frac{\overline{HA}}{n_1}}$$

Dans l'approximation de Gauss



$$\frac{\overline{HA'}}{n_2} = \frac{\overline{HA}}{n_1}$$

$$\frac{\overline{KB'}}{n_2} = \frac{\overline{KB}}{n_1}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

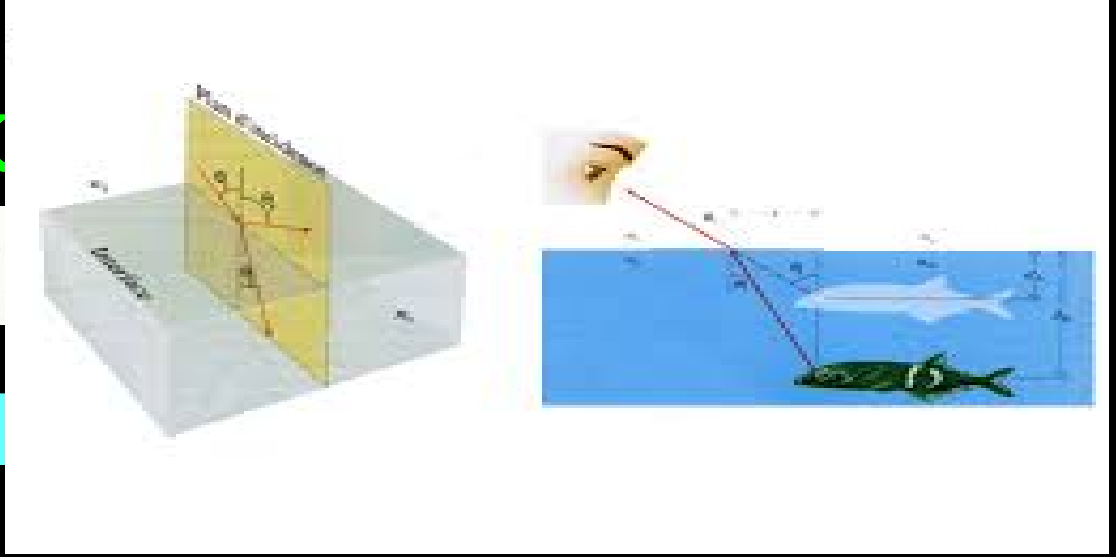
$$\overline{A'B'} = \overline{A'H} + \overline{HK} + \overline{KB'}$$

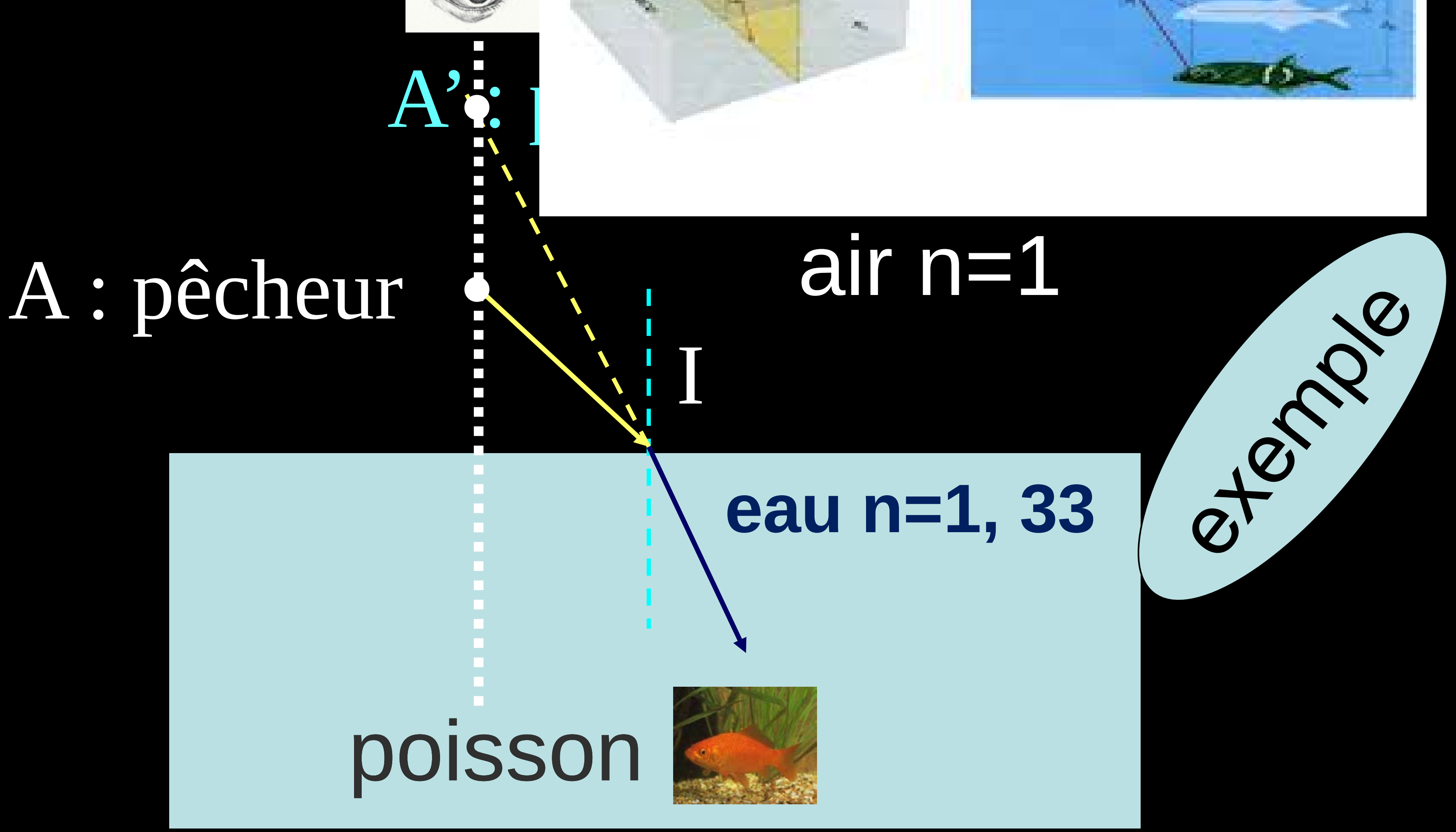
$$\overline{A'B'} = -\overline{HA'} + \overline{HK} + \overline{KB'} = -\frac{n_2}{n_1}.\overline{HA} + \overline{HK} + \overline{KB'}$$

$$\overline{A'B'} = -\frac{n_2}{n_1}.\overline{HA} + \overline{AB} + \frac{n_2}{n_1}.\overline{KB}$$

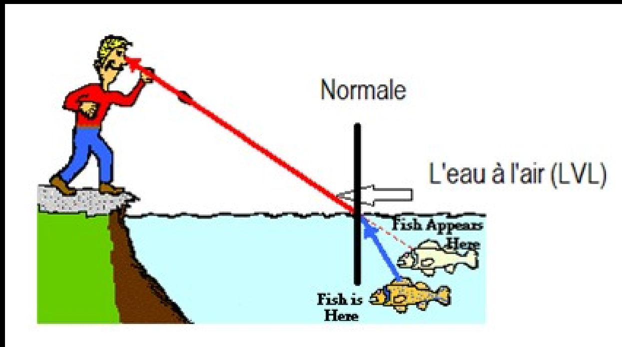
$$\overline{A'B'} = \frac{n_2}{n_1}.\left(\cancel{\overline{AH}} + \cancel{\overline{KB}}\right) + \overline{AB} = \overline{AB}$$

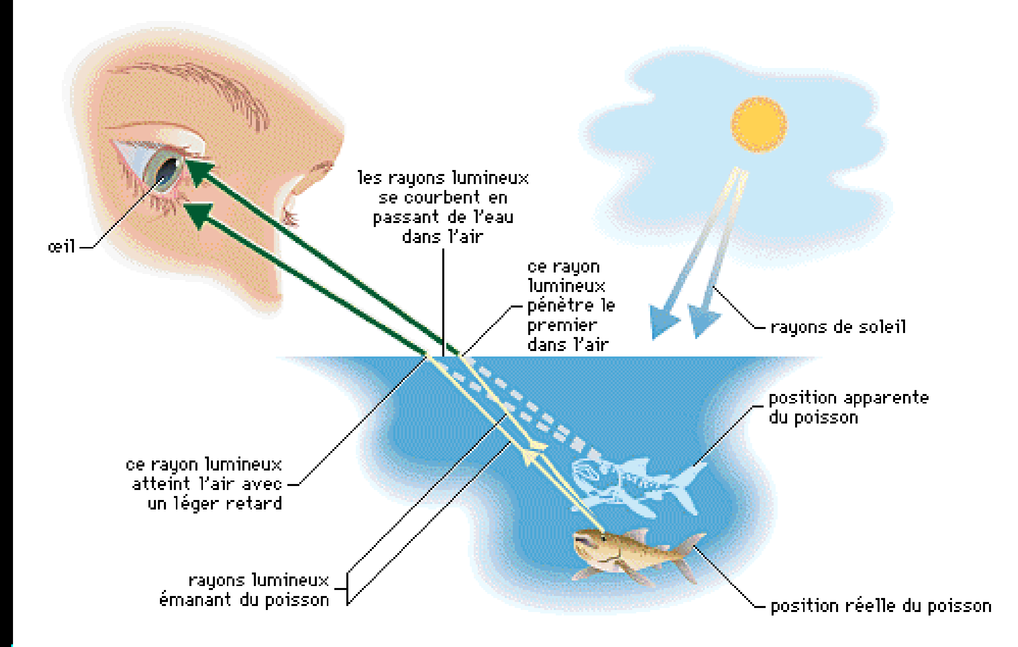
Le Pêcheur &

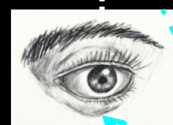




Le Pêcheur & le poisson



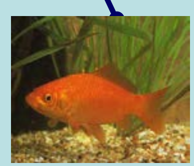


A : pêcheur 

I

air n=1

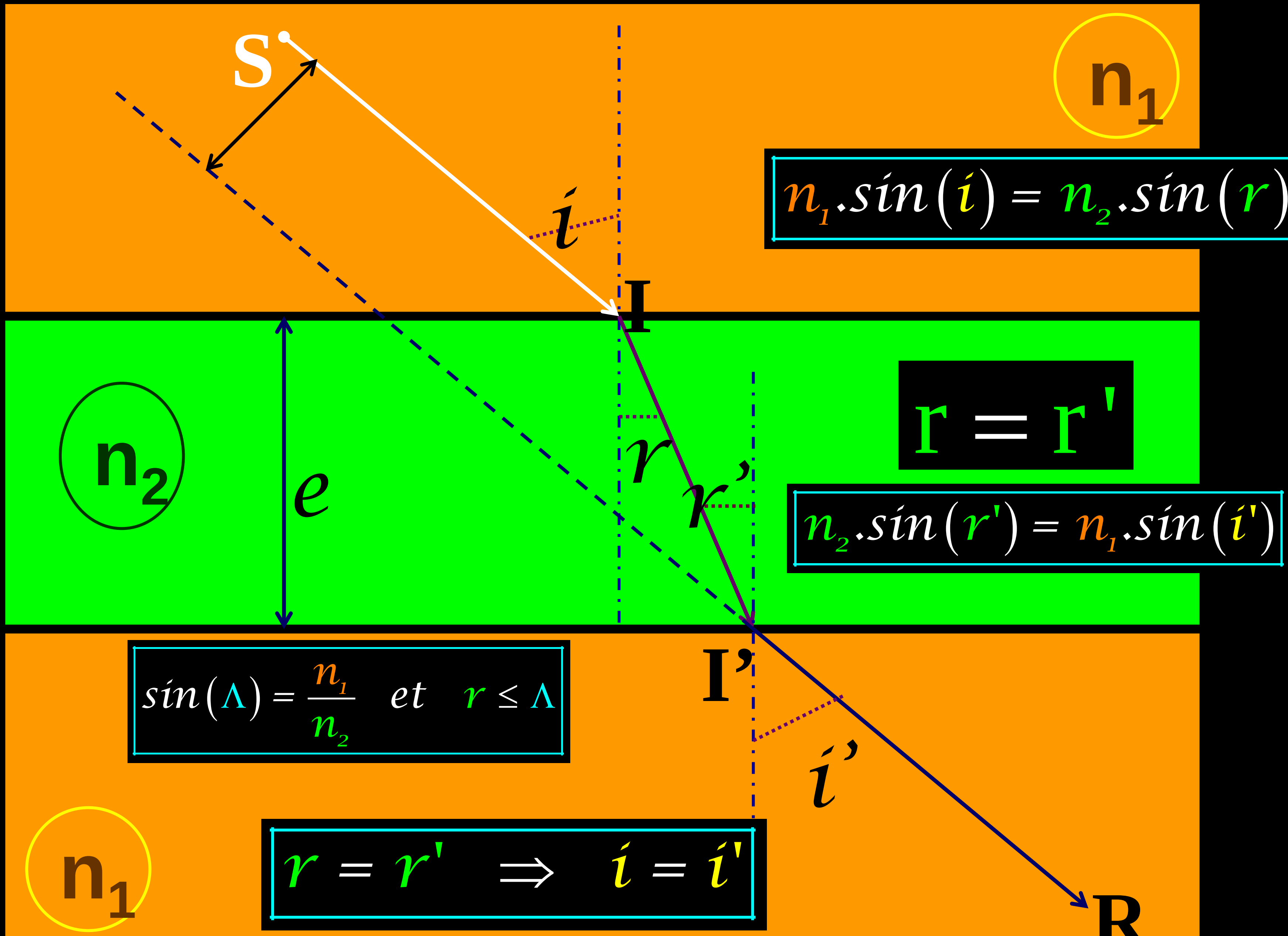
eau n=1, 33

poisson 

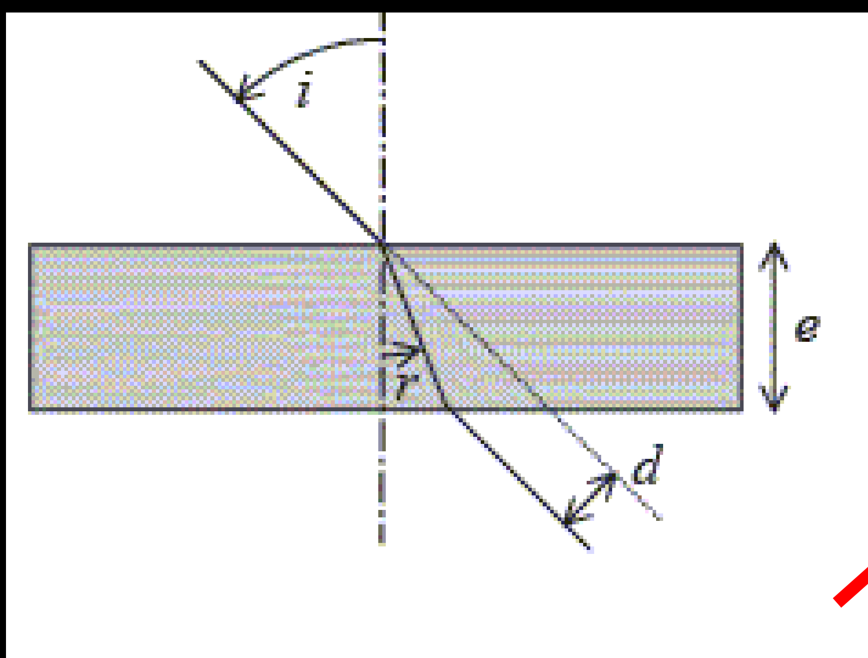
exemple

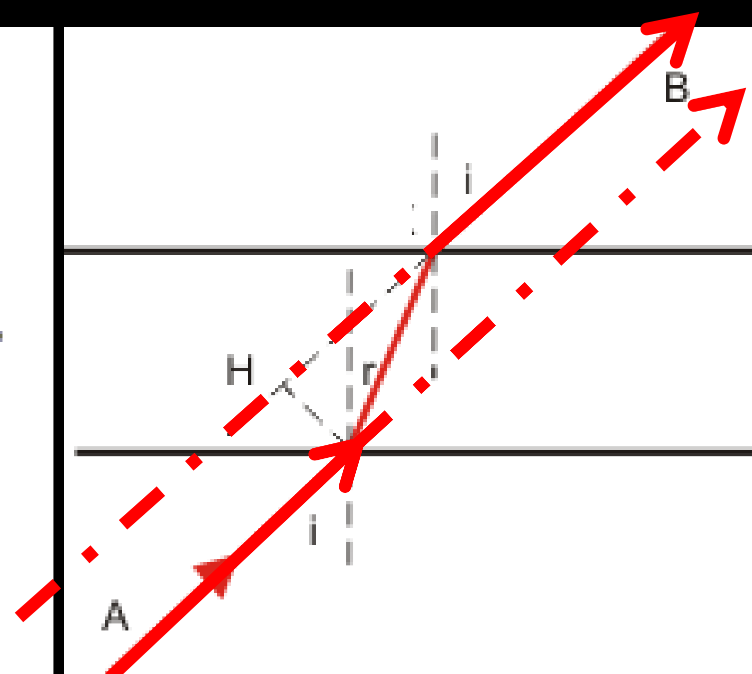
Lame à faces parallèles

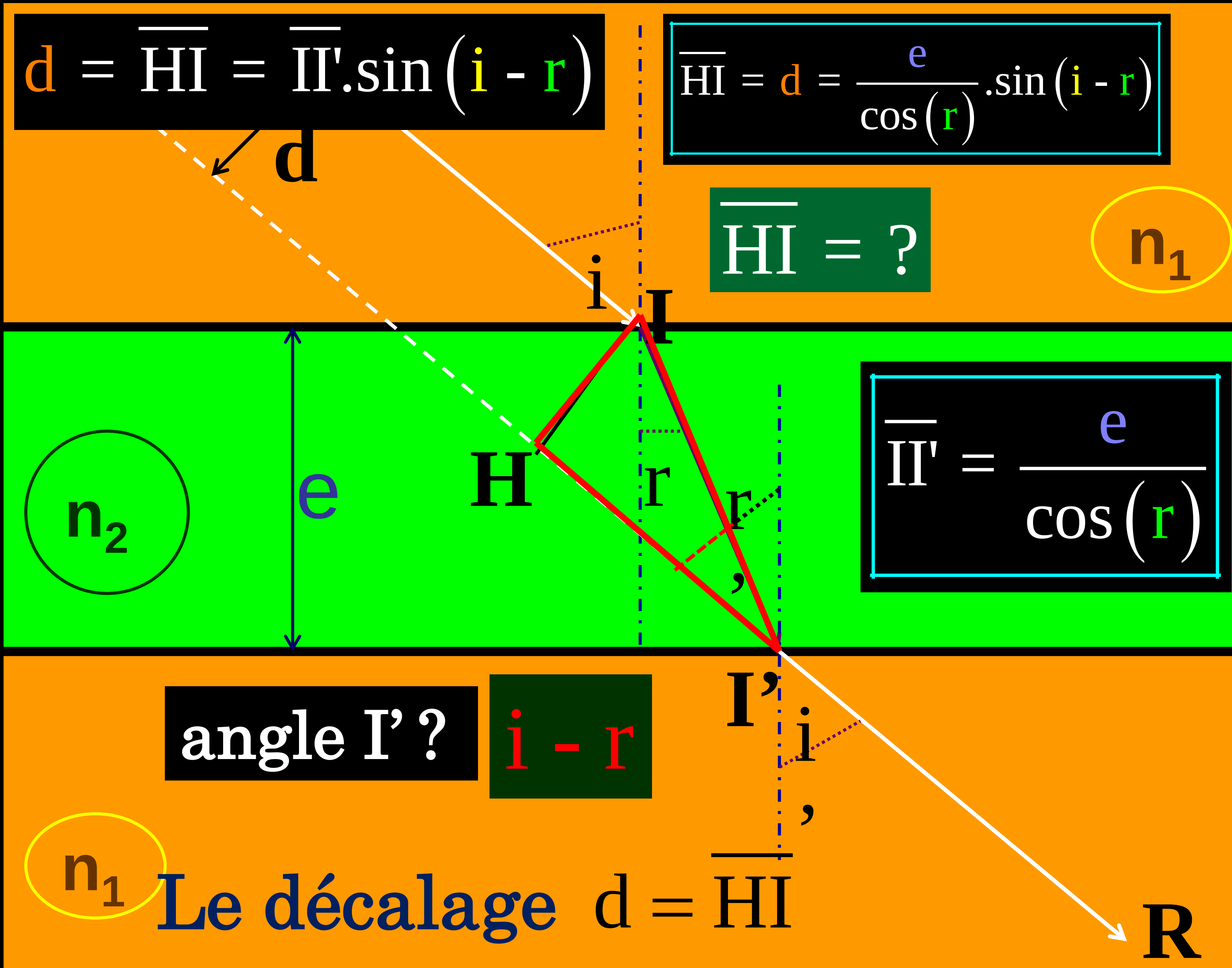
a- Définition : Une lame à faces parallèles est un milieu homogène et transparent limité par deux dioptres plans parallèles, à une distance e qui est l'épaisseur de la lame. Les milieux extrêmes peuvent être différents ou identiques.


S
n_1
$n_1.sin(i) = n_2.sin(r)$
i
I
n_2
e
r
r'
$r = r'$
$n_2.sin(r') = n_1.sin(i')$
I'
$sin(\Lambda) = \frac{n_1}{n_2}$ et $r \leq \Lambda$
i'
n_1
$r = r' \Rightarrow i = i'$
R

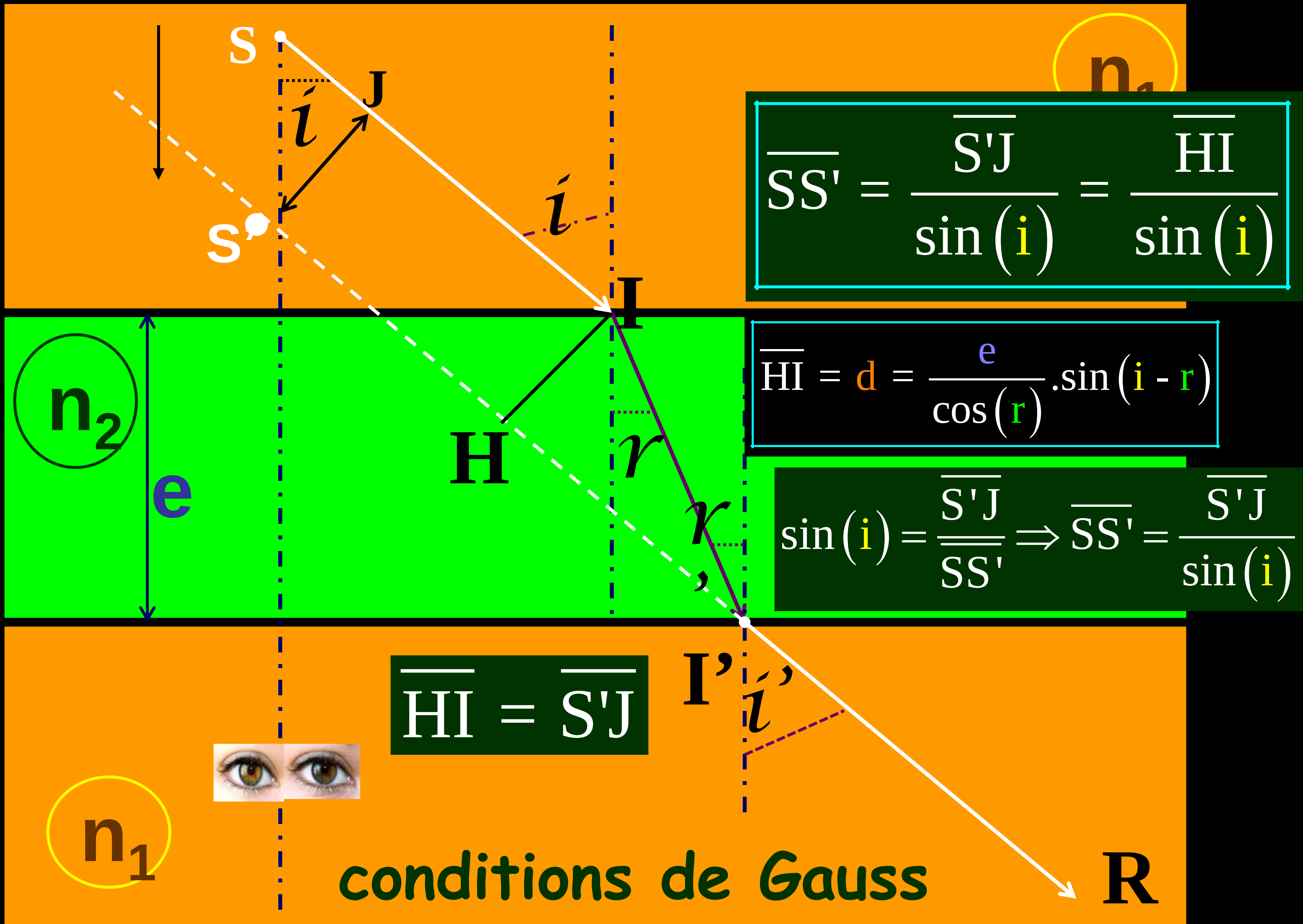
c- Translation du rayon incident : S'il est vrai que la lame **ne modifie pas la direction** du rayon lumineux qui la traverse, elle fait cependant subir **une translation d** au support de ce rayon incident. Cette translation dépend de l'indice n et de l'épaisseur e, caractéristiques de la lame et de **l'angle d'incidence i**.







d = $\overline{HI}$ = $\overline{II'}$.sin(i - r)
$\overline{HI}$ = d = $\frac{e}{\cos(r)}$.sin(i - r)
$\overline{HI}$ = ?
d
i
I
n_1
n_2
e
H
r
r
$\overline{II'} = \frac{e}{\cos(r)}$
angle I' ?
i - r
I'
i
Le décalage d = $\overline{HI}$
R



S
J
i
S'
i
I
n_1
$\overline{SS'} = \dfrac{\overline{S'J}}{\sin(i)} = \dfrac{\overline{HI}}{\sin(i)}$
n_2
e
H
r
r'
$\overline{HI} = d = \dfrac{e}{\cos(r)}.\sin(i - r)$
$\sin(i) = \dfrac{\overline{S'J}}{\overline{SS'}} \Rightarrow \overline{SS'} = \dfrac{\overline{S'J}}{\sin(i)}$
$\overline{HI} = \overline{S'J}$
I'
i'
n_1
conditions de Gauss
R

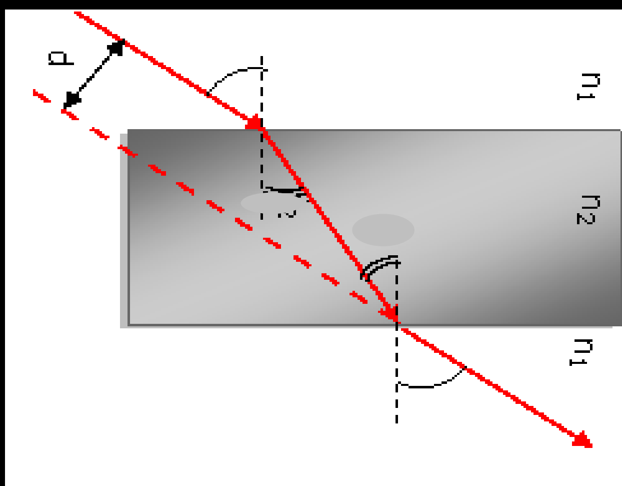
$$d = \overline{HI} = \overline{II'}.\sin(i - r)$$

$$\overline{HI} = d = \frac{e}{\cos(r)}.\sin(i - r)$$

avec $\overline{II'} = \dfrac{e}{\cos(r)}$

$$\overline{SS'} = \frac{\overline{S'J}}{\sin(i)} = \frac{\overline{HI}}{\sin(i)} = e.\frac{\sin(i - r)}{\sin(i).\cos(r)}$$

Si on se place dans les conditions de Gauss, à savoir :



***i* et *r* sont des angles petits**

$i < 15^\circ \;\&\; r < 15^\circ$

$$\sin(i) = n.\sin(r) \;\Leftrightarrow\; i = n.r$$

et $$\overline{HI} = d \simeq \frac{e}{1}.(i - r) \simeq \frac{e}{1}.i.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

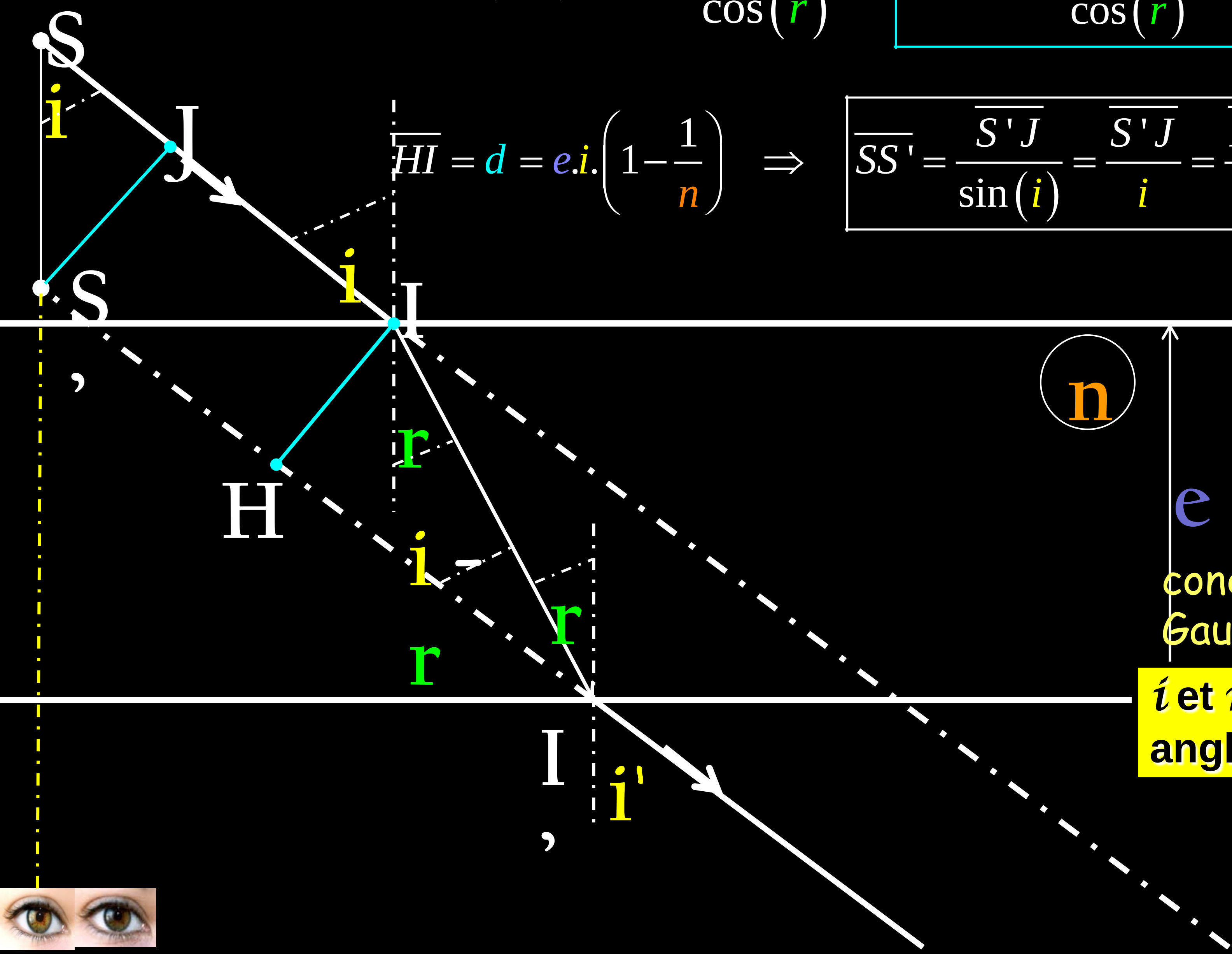
$$\frac{\overline{HI}}{i} = \overline{S'J} = d = e.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\overline{SS'} = \frac{\overline{S'J}}{\sin(i)} = \frac{\overline{S'J}}{i} = \frac{\overline{HI}}{i} = e.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$d = \overline{HI} = \overline{II'}.\sin(i-r) \qquad \overline{II'} = \frac{e}{\cos(r)}$$

$$\boxed{\overline{HI} = d = \frac{e}{\cos(r)}.\sin(i-r)}$$

$$\overline{HI} = d = e.i.\left(1-\frac{1}{n}\right) \Rightarrow \boxed{\overline{SS'} = \frac{\overline{S'J}}{\sin(i)} = \frac{\overline{S'J}}{i} = \frac{\overline{HI}}{i} = e.\left(1-\frac{1}{n}\right)}$$



condition de Gauss :

***i* et *r* sont des angles petits**

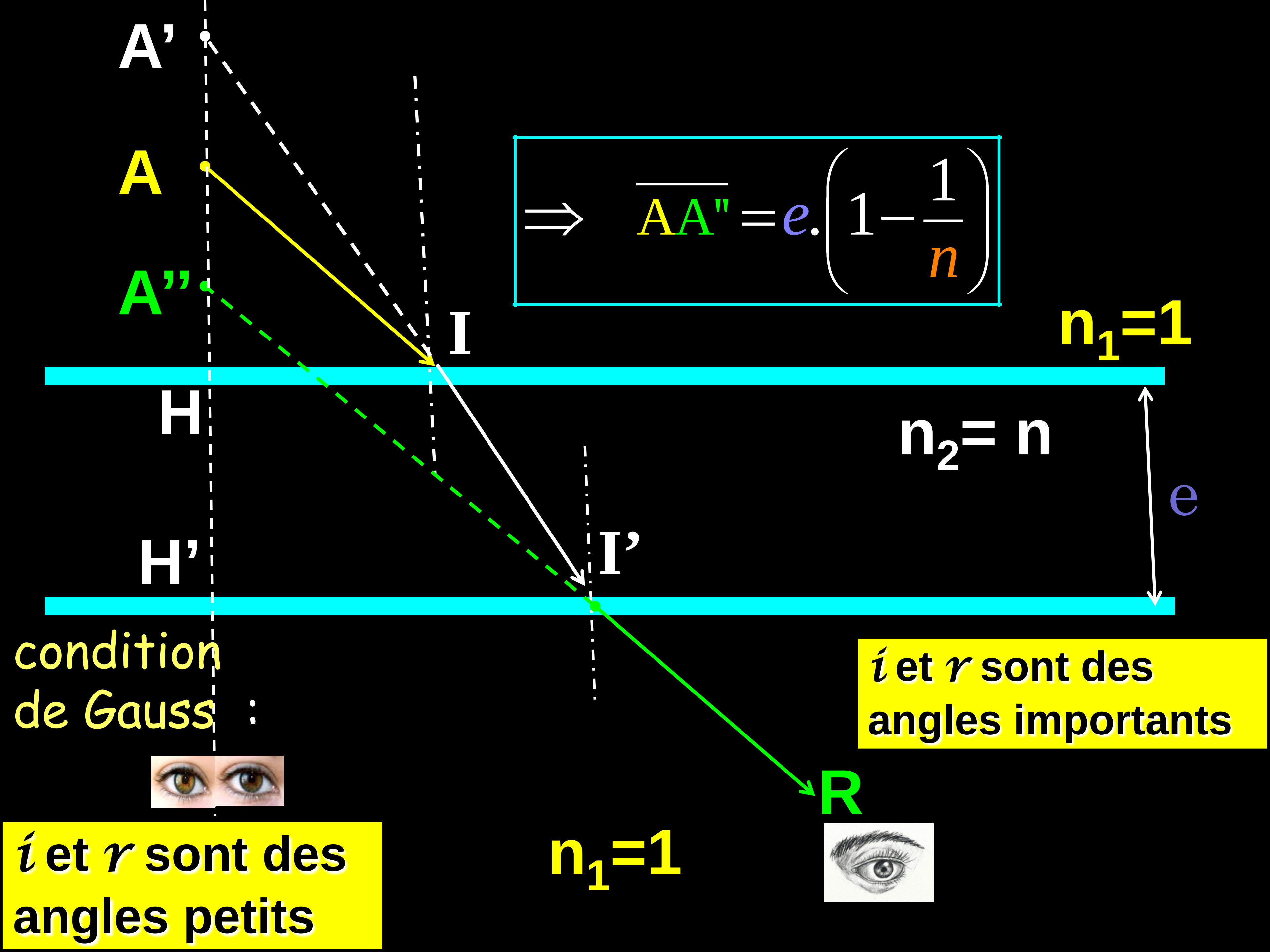
La position de l'image se déduit de celle de l'objet par une translation normale aux faces, d'une amplitude constante, indépendante de la position de l'objet, est égale à :

$$\overline{SS'} = \frac{\overline{HI}}{\sin(i)} = e.\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

$$\sin(i) \simeq i$$

$$\overline{SS'} = \frac{\overline{HI}}{i} = e.\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

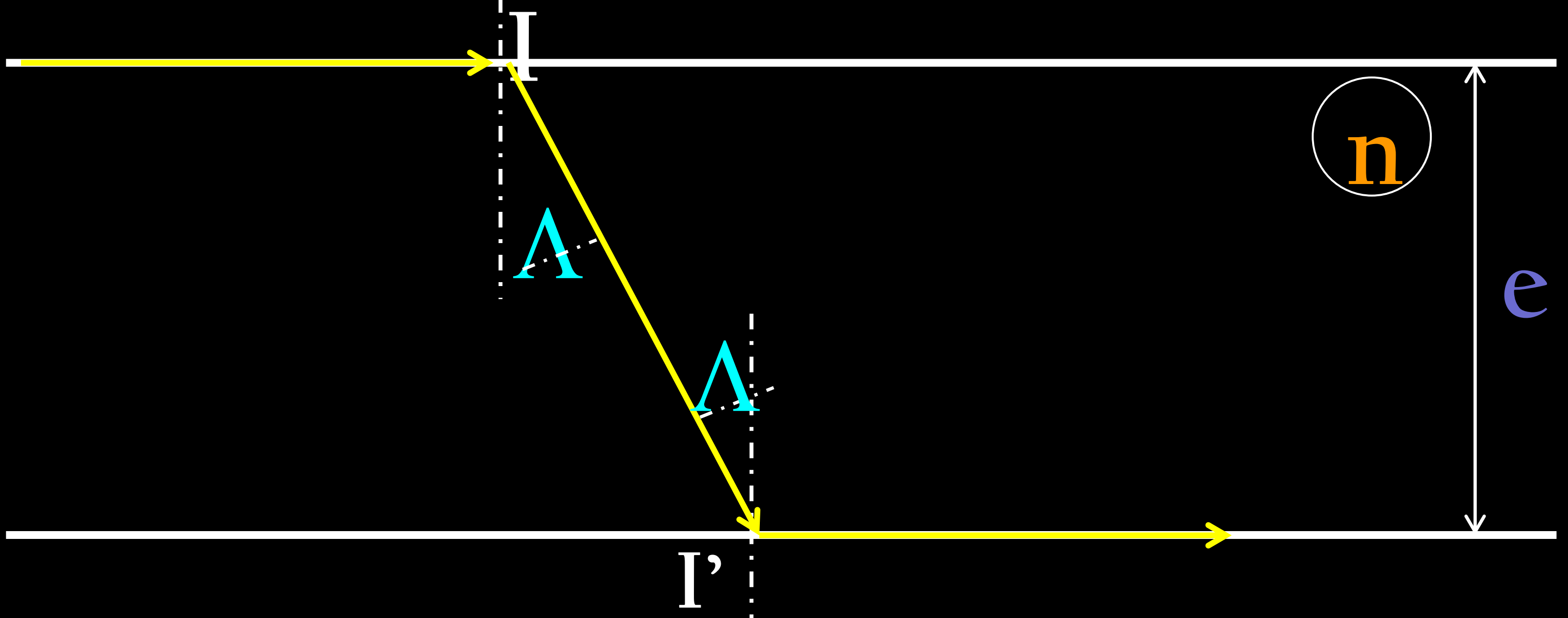
Décalage entre l'objet réel S et son image virtuelle S' observée.



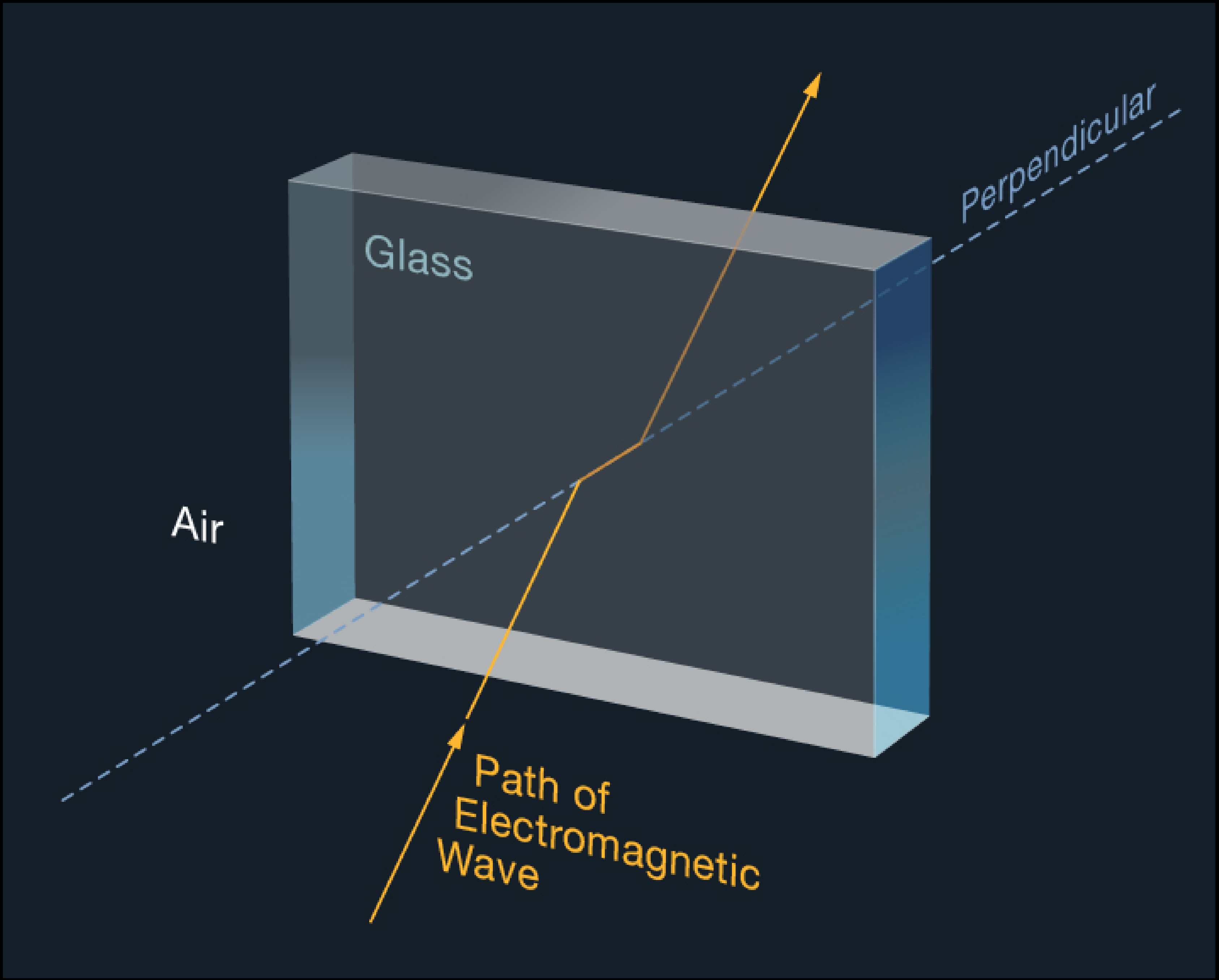
A'
A
A''
I
H
H'
I'
R
$\Rightarrow \quad \overline{AA''} = e.\left(1-\frac{1}{n}\right)$
$n_1=1$
$n_2= n$
e
condition de Gauss :
i et r sont des angles importants
i et r sont des angles petits
$n_1=1$

Décalage maximum quand l'angle d'incidence

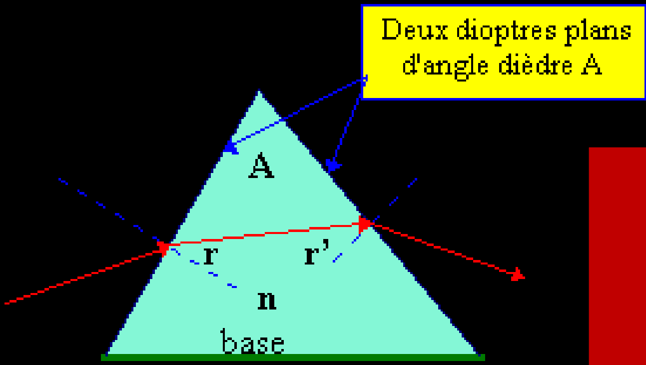
i = 90° et r=Λ



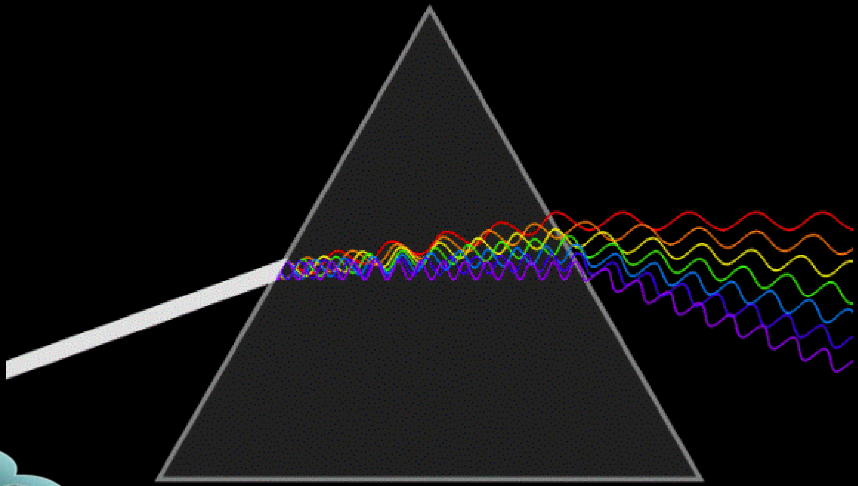
$$\boxed{\overline{HI} = d = \frac{e}{\cos(\Lambda)}.\sin(90-\Lambda) = e}$$



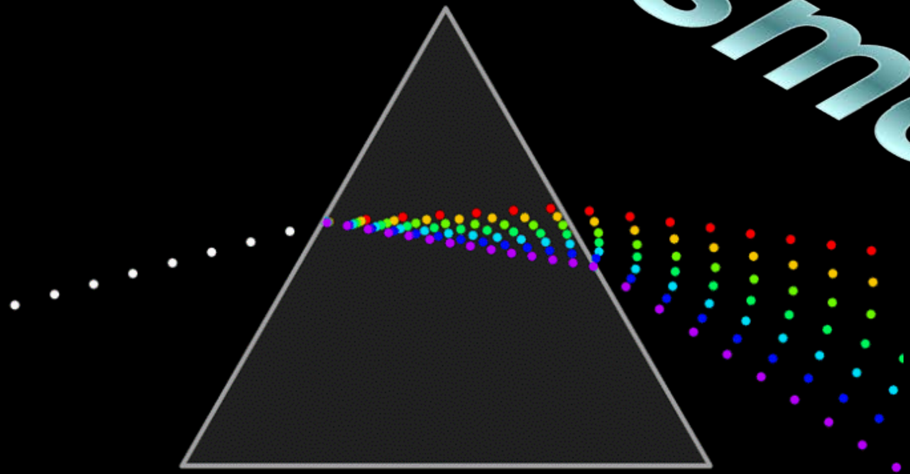
Perpendicular
Glass
Air
Path of
Electromagnetic
Wave

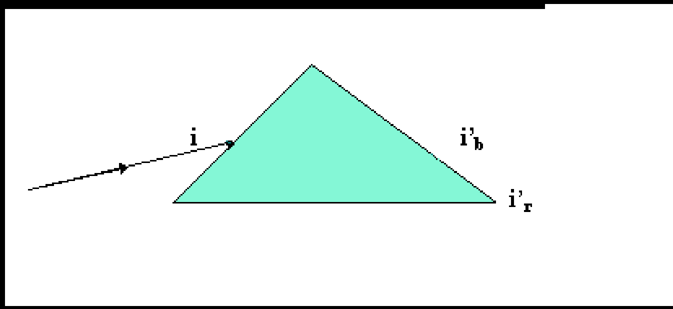


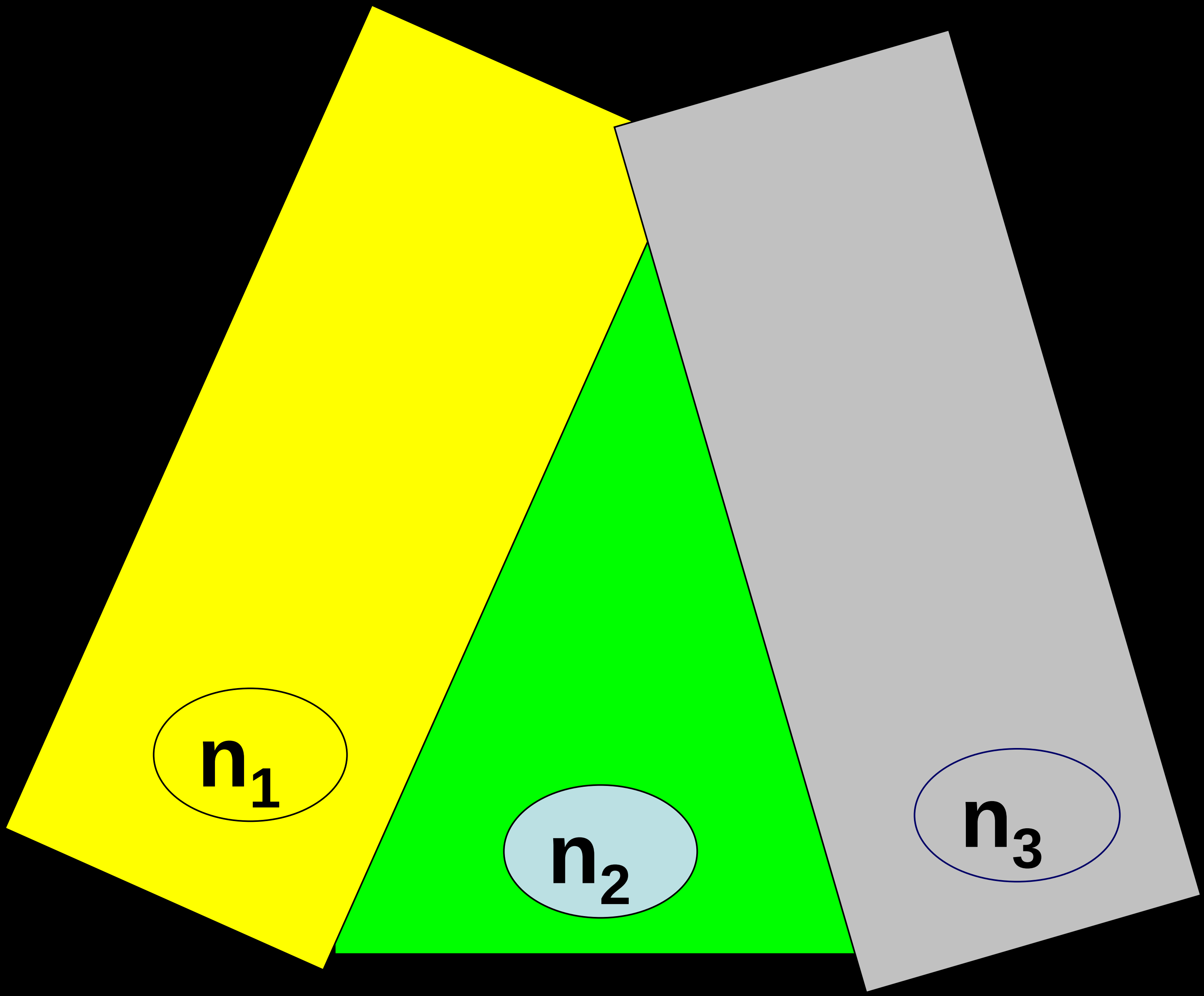
Le Prisme

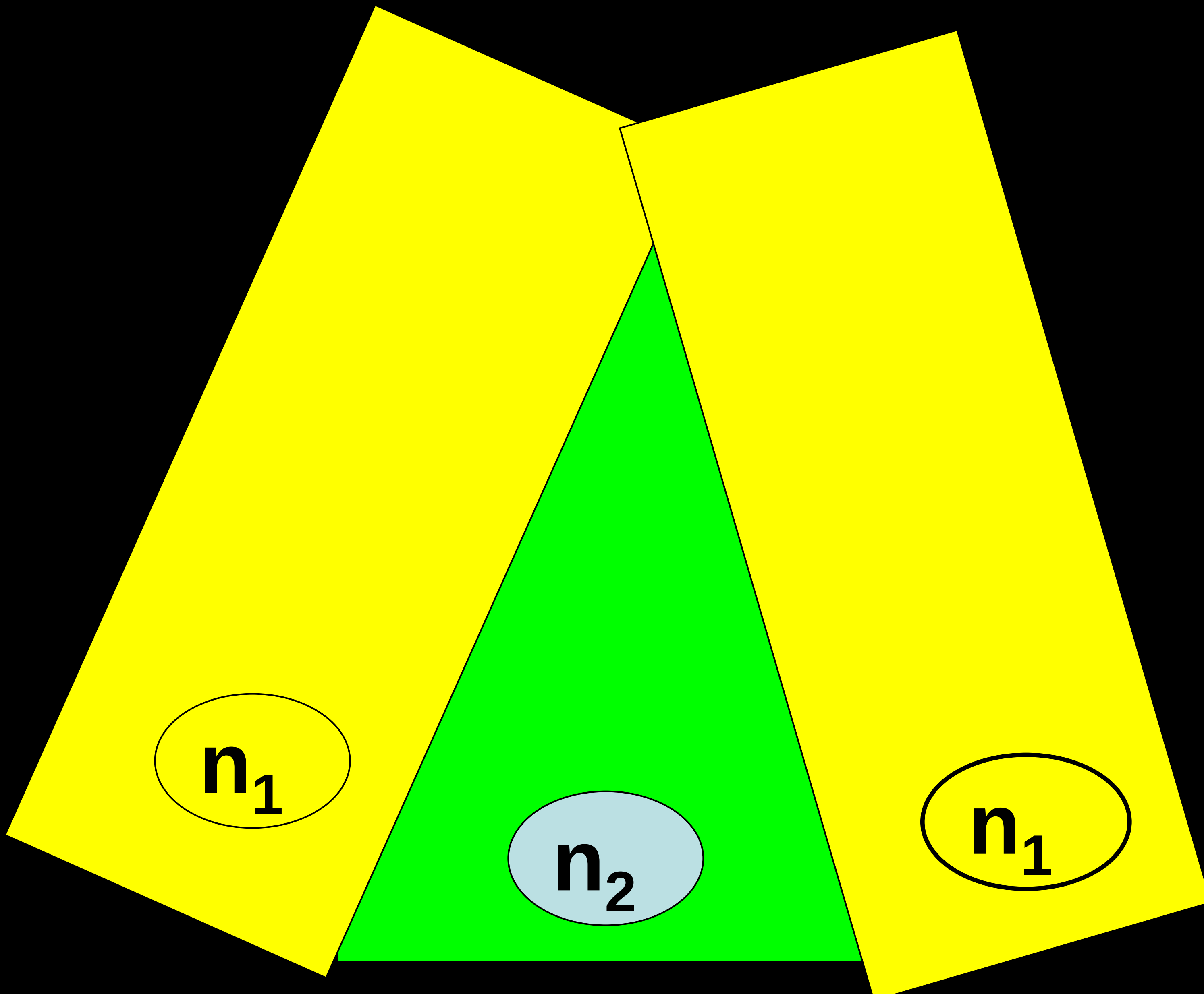


Le prisme

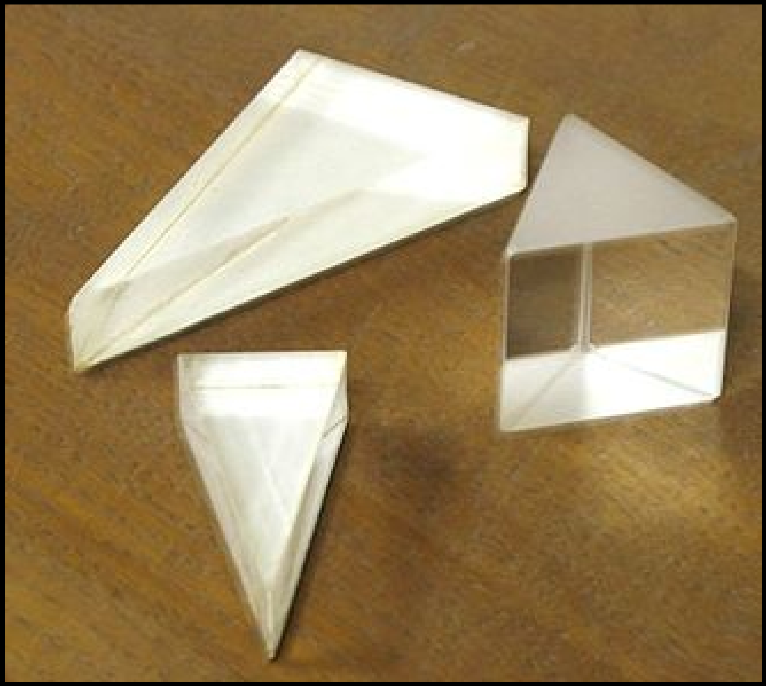


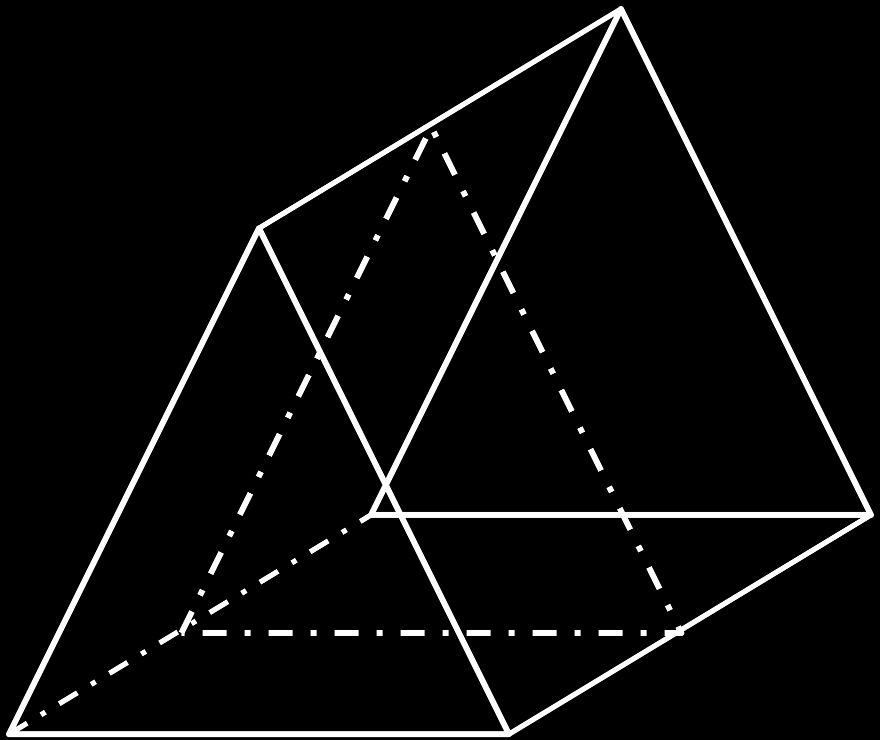



n_1
n_2
n_3



n_1
n_2
n_1



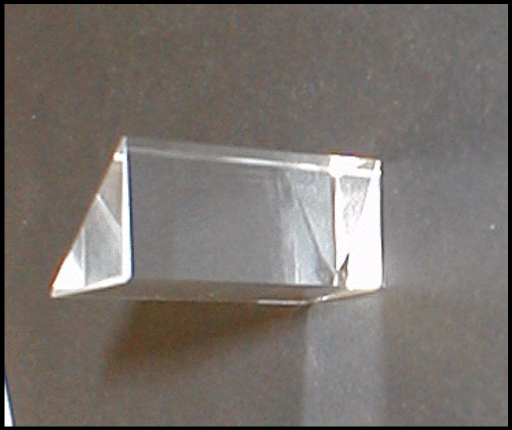


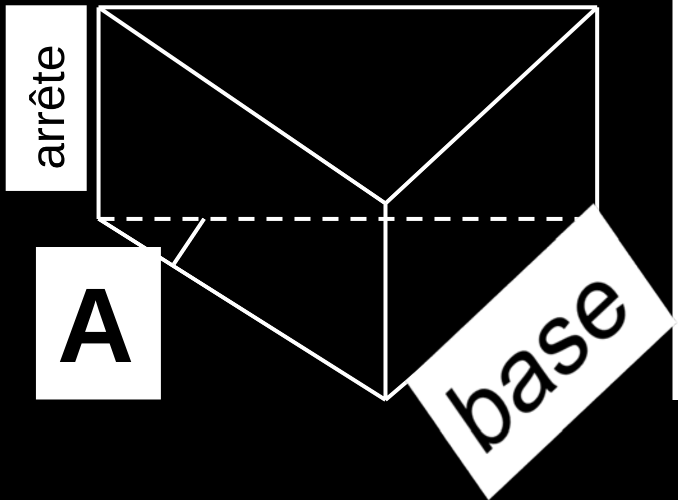
Le prisme

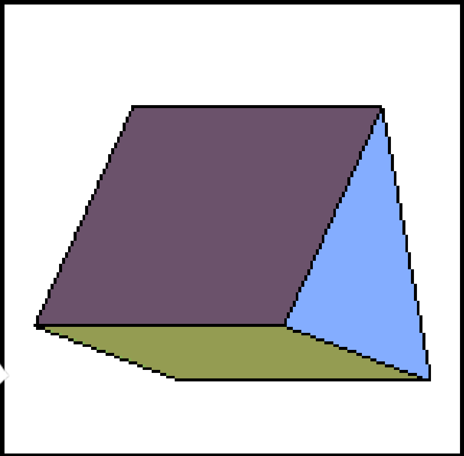
Le Prisme

Définition : le prisme est un milieu réfringent limité par **deux faces planes non parallèles**.

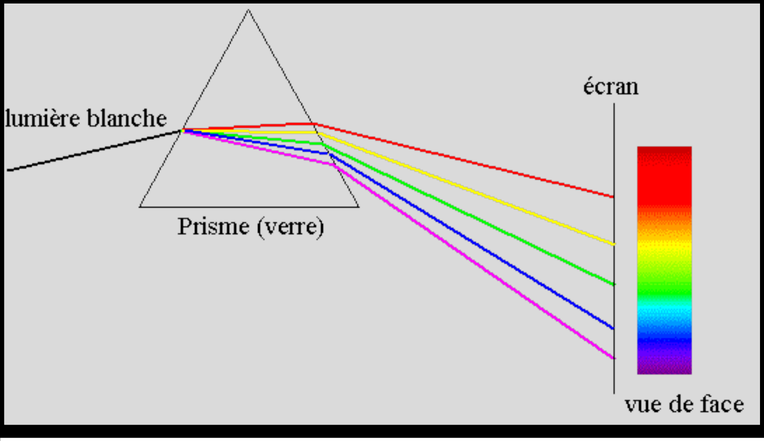
Quand ces deux faces se coupent réellement, la droite d'intersection est **l'arrête** du prisme, la face opposée à l'arête est **la base**. **L'angle A** du prisme est défini par les deux faces non parallèles

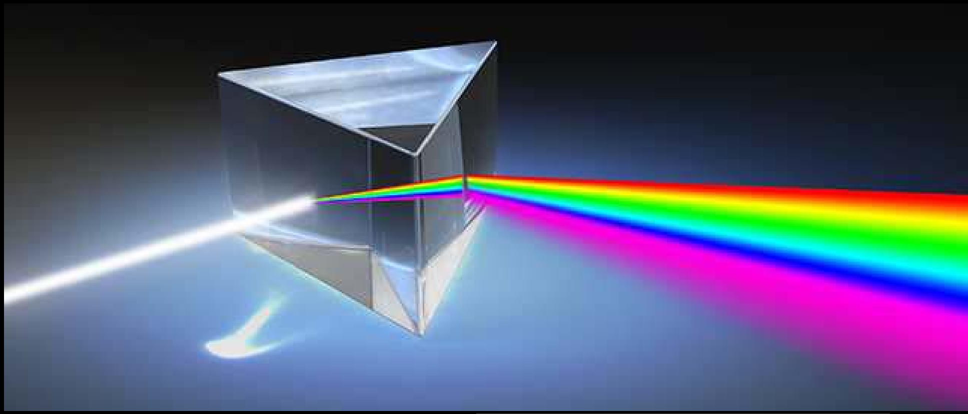






Si l’on opère avec de **la lumière blanche**, le faisceau émergent n’est plus cylindrique, outre **la déviation**, il subit **une décomposition** en **faisceaux colorés** : il y a **dispersion** de la lumière complexe en lumières simples.

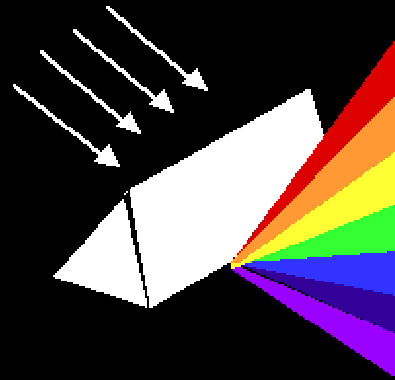


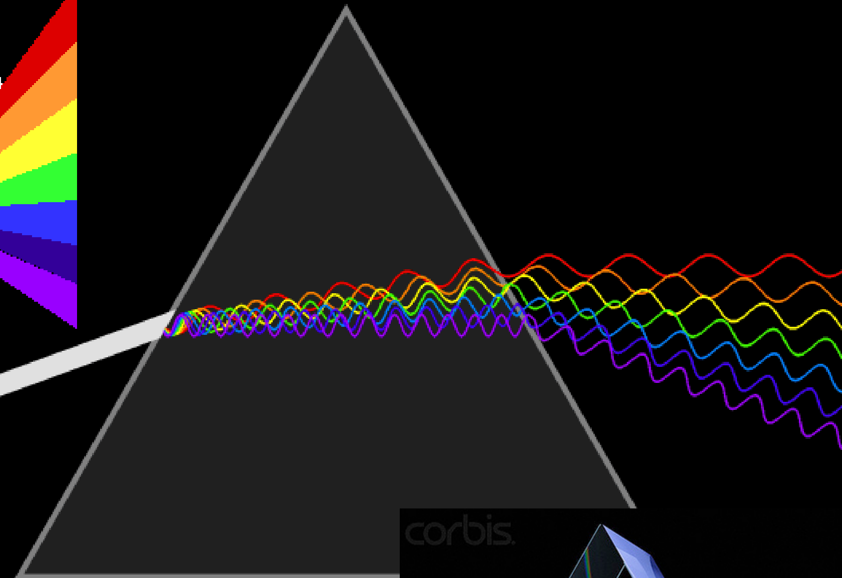


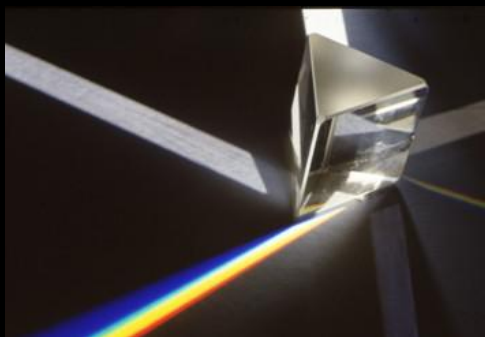
Dispersion de la lumière

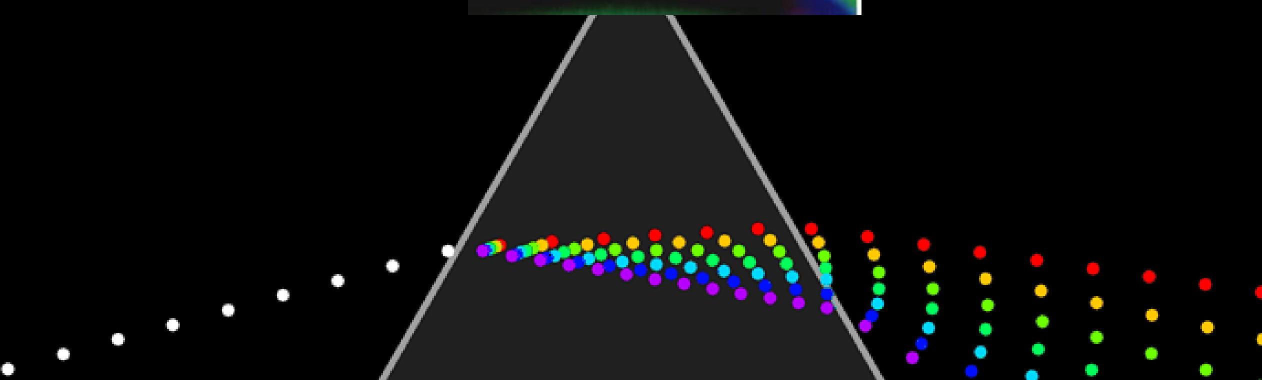
Décomposition de la lumière blanche

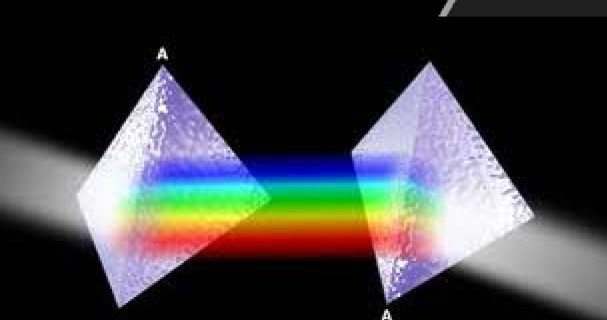
Dispersion de la lumière

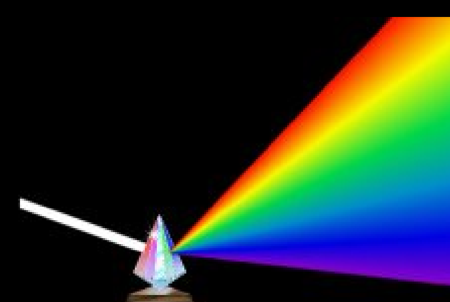










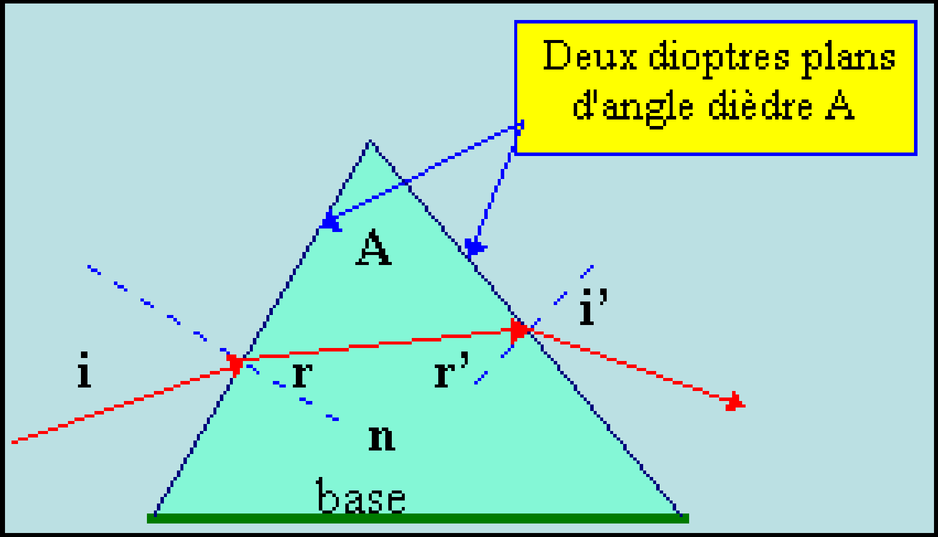


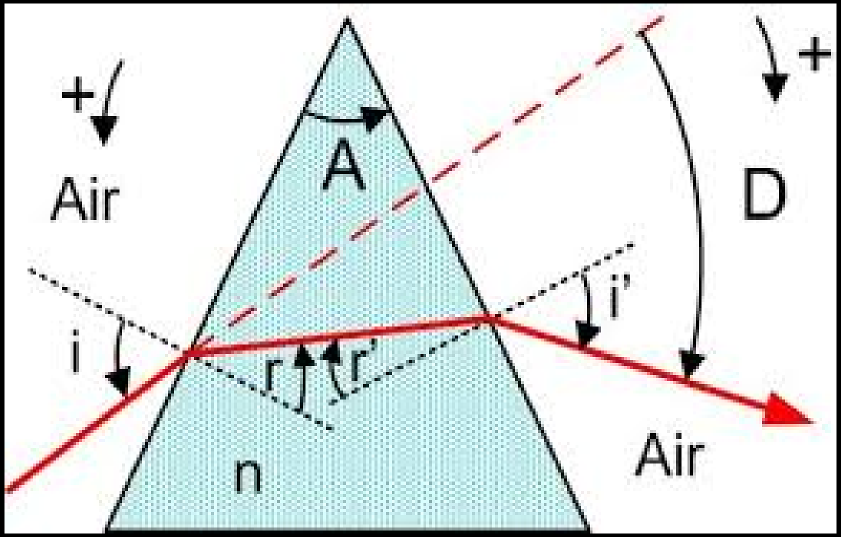
Marche d’un rayon lumineux monochromatique. Formules du prisme :

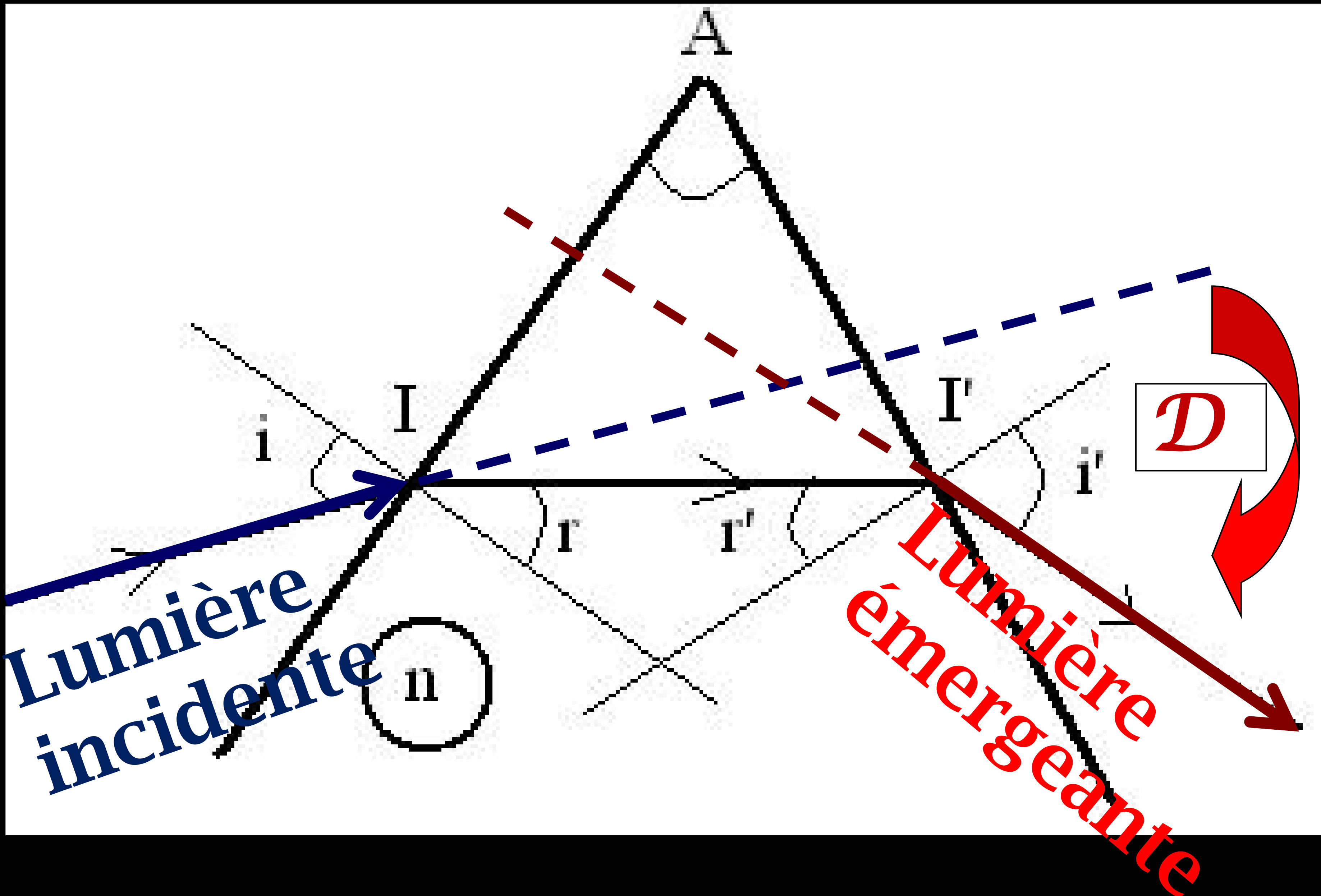
Pour **simplifier l’étude** du prisme et se placer dans les conditions d’emploi les plus fréquentes, nous supposerons :

- Que le même milieu baigne les 2 faces du prisme
- Que le prisme est **plus réfringent** que le milieu ambiant, donc son indice est supérieur à 1
- Que le rayon incident est situé dans **un plan de section principale**, qui est ainsi **le plan d’incidence** pour SI et contient tout le trajet SII’R du rayon.

L’interposition d’un prisme sur le trajet d’un faisceau **monochromatique** cylindrique provoque **seulement une déviation**, le faisceau reste cylindrique après la traversée de chacun des surfaces.

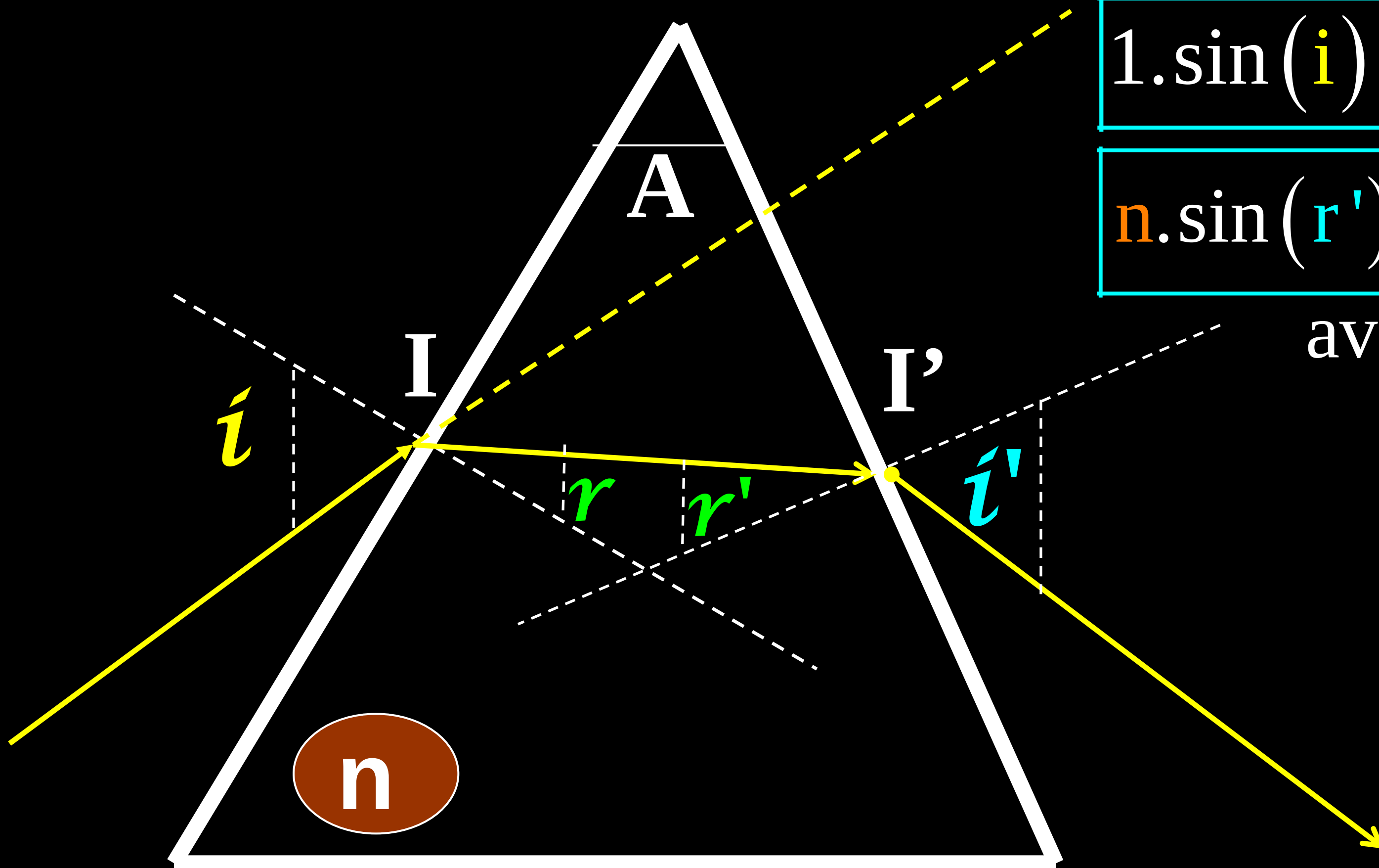





A
I
I'
i
r
r'
i'
n
$\mathcal{D}$
Lumière incidente
Lumière émergeante

Déterminer la **marche** d’un rayon lumineux à travers un **prisme**, revient à déterminer **les relations mathématiques** qui lient les paramètres :

A, n, *i*, *r*, *r’* et *i’*.



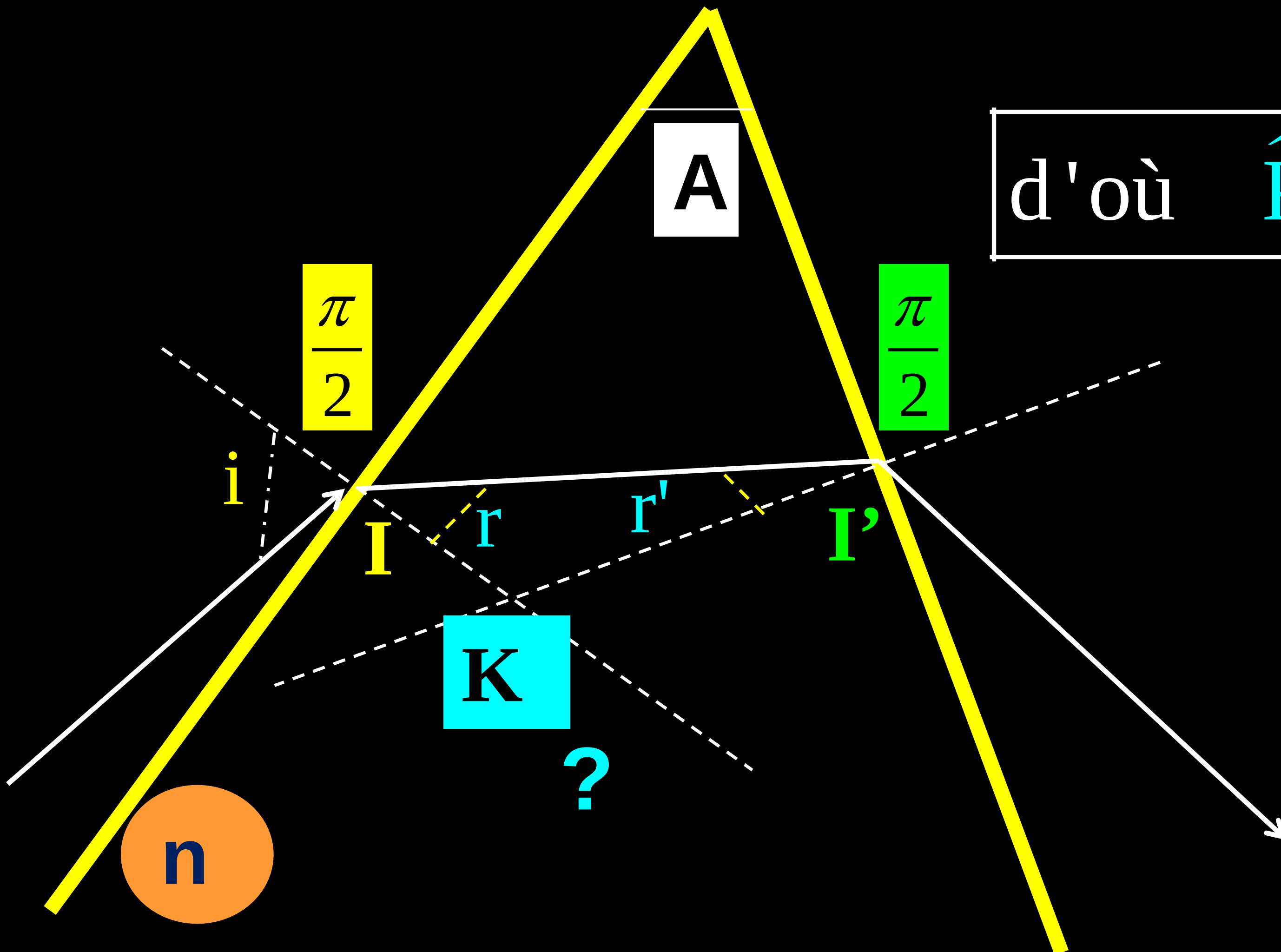
$$1.\sin\left(i\right) = n.\sin\left(r\right)$$

$$n.\sin\left(r'\right) = 1.\sin\left(i'\right)$$

avec $r' \leq \Lambda$

$$\widehat{A}+\widehat{K}+\widehat{I}+\widehat{I'}=2.\pi \qquad \widehat{A}+\widehat{K}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=2.\pi$$

$$\boxed{\text{d'où} \quad \widehat{K}=\pi-\widehat{A}}$$



$$r+r'+(\pi-A)=\pi \quad \text{d'où} \quad \boxed{r+r'=A}$$

- **Les réfractions en I et I’** ont pour effet de **rabattre** le rayon lumineux **vers la base** du prisme. Ces réfractions se traduisent par les deux relations suivantes :

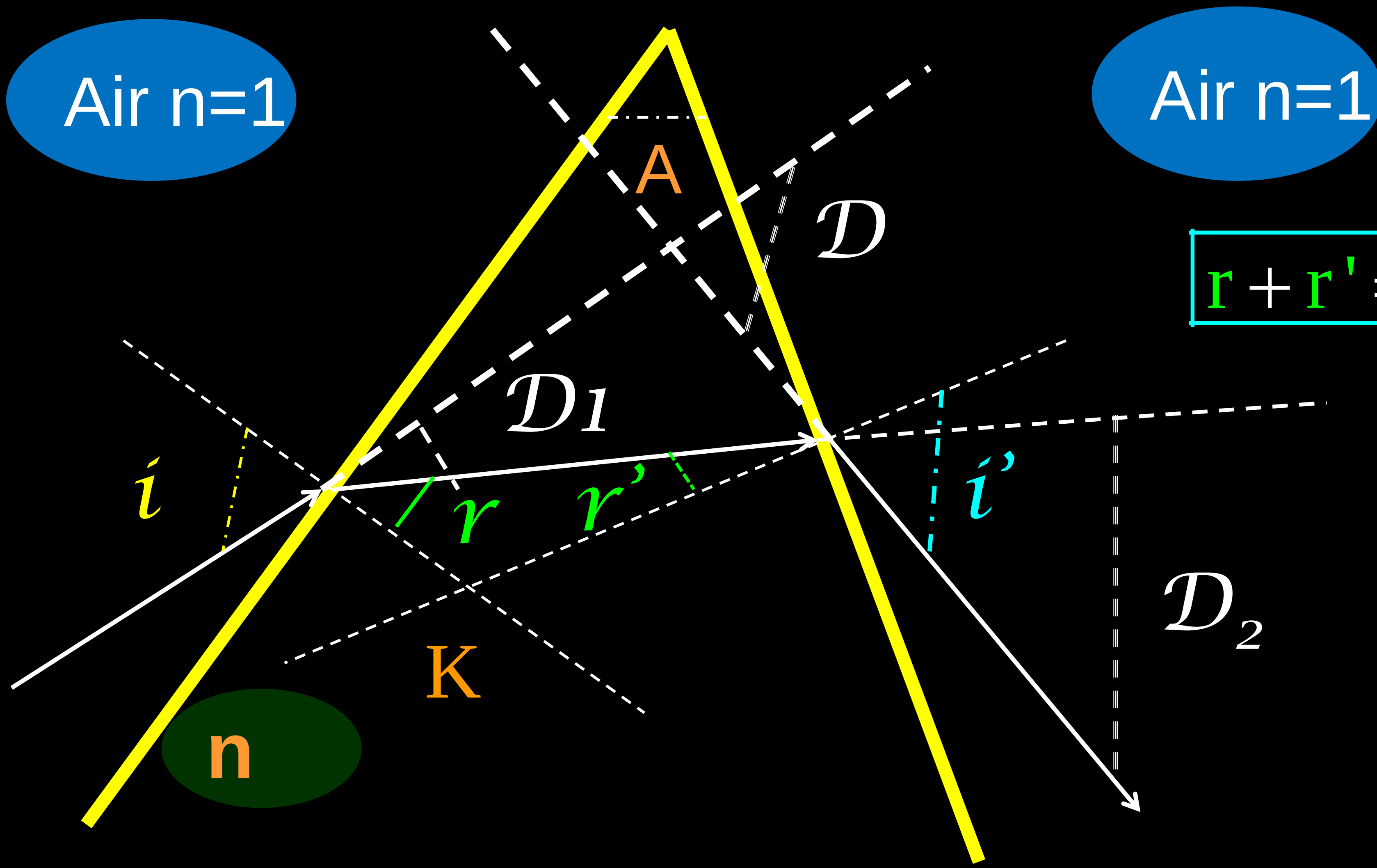
$$\boxed{1.\sin(i) = n.\sin(r)} \quad \boxed{n.\sin(r') = 1.\sin(i')}$$

avec $r' \leq \Lambda$

En K : A = $r + r'$

K étant le point d’intersection des normales en **I** et en **I ’**, on peut écrire dans le triangle **KII’** : $r+r'+(\pi-A)=\pi$

La déviation $\mathcal{D}$?



$$\boxed{r + r' = A}$$

$$\boxed{D = D_1 + D_2 = \left(i - r\right) + \left(i' - r'\right) = i + i' - A}$$

- A la traversée d'un système optique, un rayon lumineux **change** en général de **direction**, il est **dévié**.
- On appelle **angle de déviation**, l'angle $\mathcal{D}$ dont il faut faire tourner le **rayon incident** pour l'amener dans la direction du **rayon émergent**.
- **Les déviations subies à l'entrée et à la sortie** sont en valeur arithmétique (i - r) et (i' - r') .

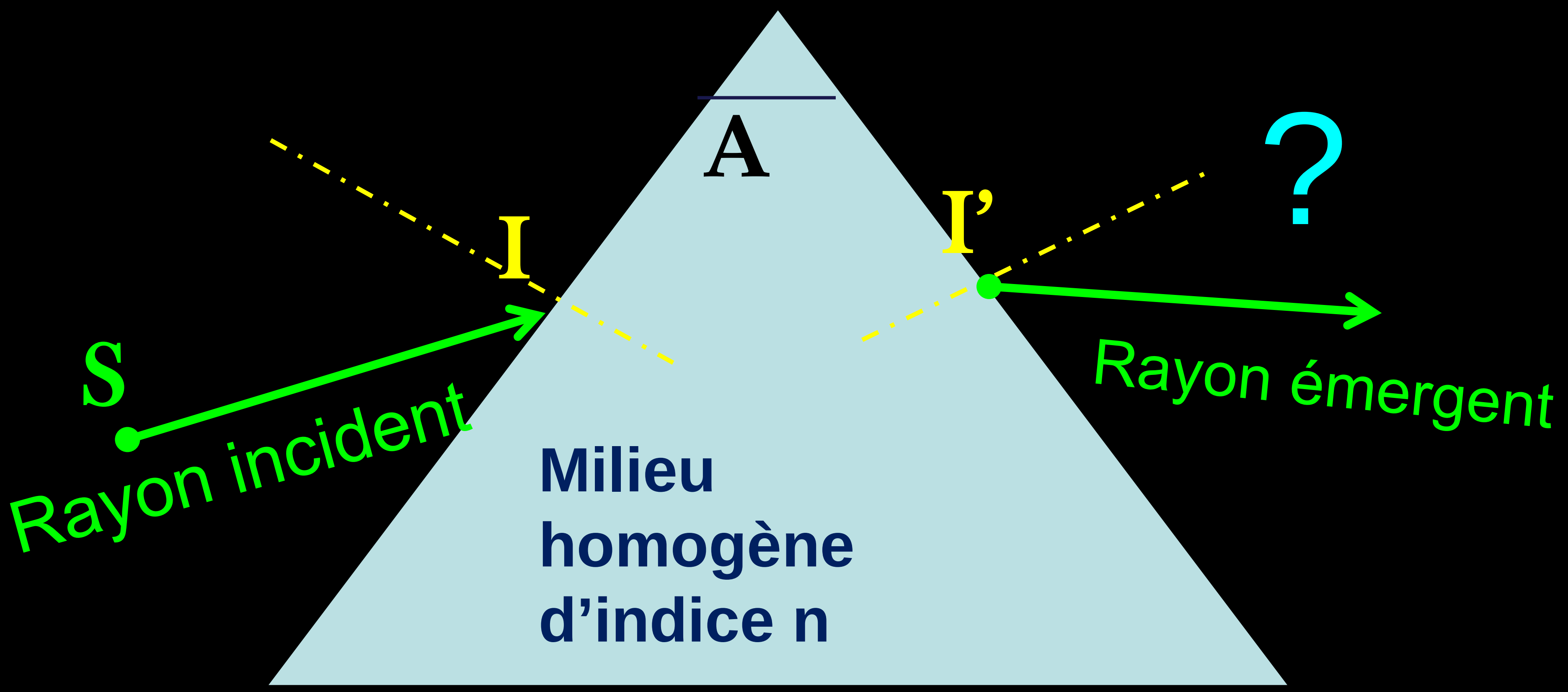
Dans cet exemple, elles se font dans le même sens et **la déviation globale $\mathcal{D}$** en est la somme

$$\boxed{D = D_1 + D_2 = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A}$$

Les formules du prisme :

1. $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$
2. $\sin(i') = n \cdot \sin(r')$
3. $A = r + r'$
4. $D = i + i' - A$

Est-ce que tout **rayon incident** SI, tombant sous un **<u>angle i</u>** sur le **<u>prisme d'indice n</u>**, arrive à **émerger** du prisme ?

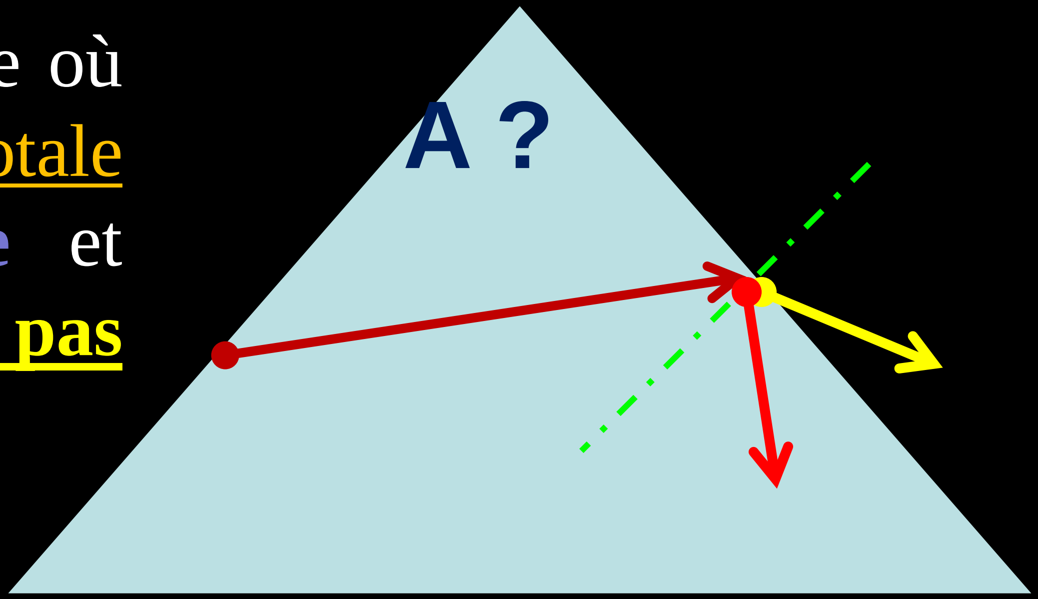


Si tous les rayons lumineux peuvent **pénétrer** dans le prisme, car ces rayons passent d’un milieu **moins réfringent** (**air**) vers un milieu **plus réfringent** (**verre n**).

Tous ces rayons ne peuvent pas **en sortir**, car ils passent d’un milieu **plus réfringent** (**verre n**) vers un milieu **moins réfringent** (**air**).

On aurait un cas de figure où il y aura une réflexion totale sur la **deuxième face** et auquel cas il **n’y aura pas d’émergence**.

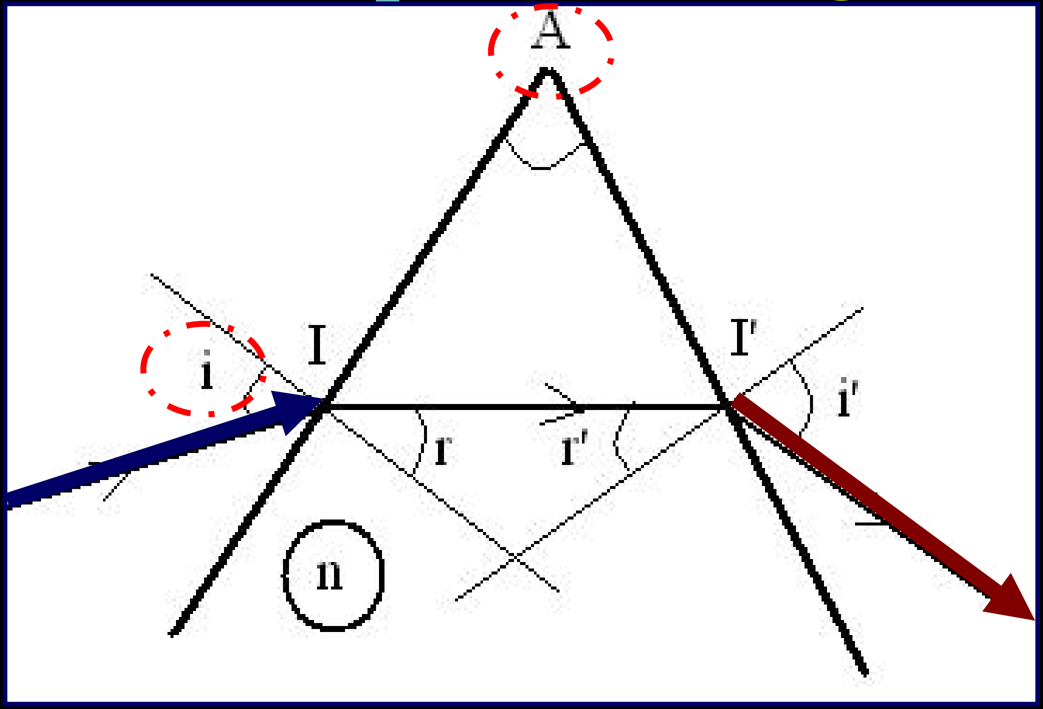
$$\boxed{r' \leq \Lambda \text{ ou } r' > \Lambda}$$



- <u>Conditions d'émergence :</u>

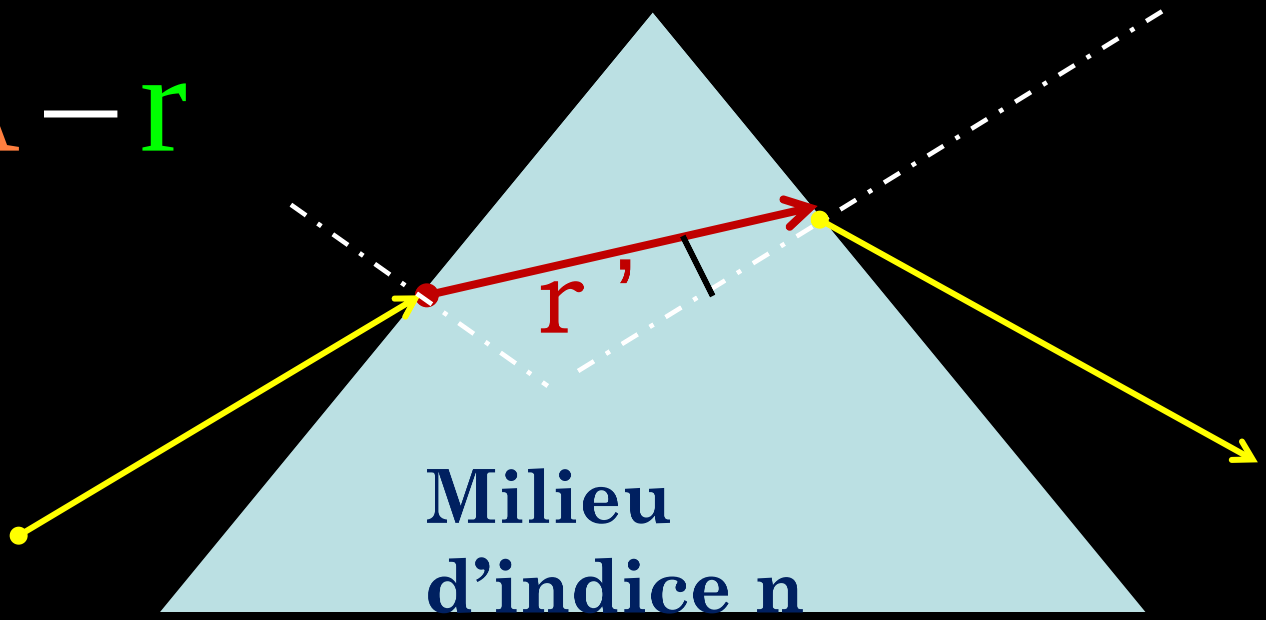
Pour que <u>l'émergence</u> soit possible, **deux conditions doivent être satisfaites :**

1. L'une est imposée au prisme (**A** , **n**)
2. L'autre est imposée à l'angle d'incidence i



L’émergence du rayon lumineux II’ impose qu’au point I’ : $-\Lambda \leq r' \leq \Lambda$

$$r' = A - r$$



$$-\Lambda \leq A - r \leq \Lambda$$

$$r - \Lambda \leq A \leq r + \Lambda$$

$$r - \Lambda \leq A \leq r + \Lambda$$

Comme la plus grande valeur de r est l'angle limite Λ, la première inégalité est toujours satisfaite.

La **valeur maximale** de $r + \Lambda$ est alors **2.**Λ et la condition imposée au prisme à la fabrication est :

$$\boxed{0 \leq A \leq 2\Lambda}$$

$$\boxed{A \leq 2.\Lambda}$$

L’émergence du rayon lumineux II’ impose qu’au point I’ : $-\Lambda \leq r' \leq \Lambda$

$$r' = A - r$$

$$-\Lambda \leq A - r \leq \Lambda$$

$$-A - \Lambda \leq -r \leq \Lambda - A$$

$$A - \Lambda \leq r \leq A + \Lambda$$

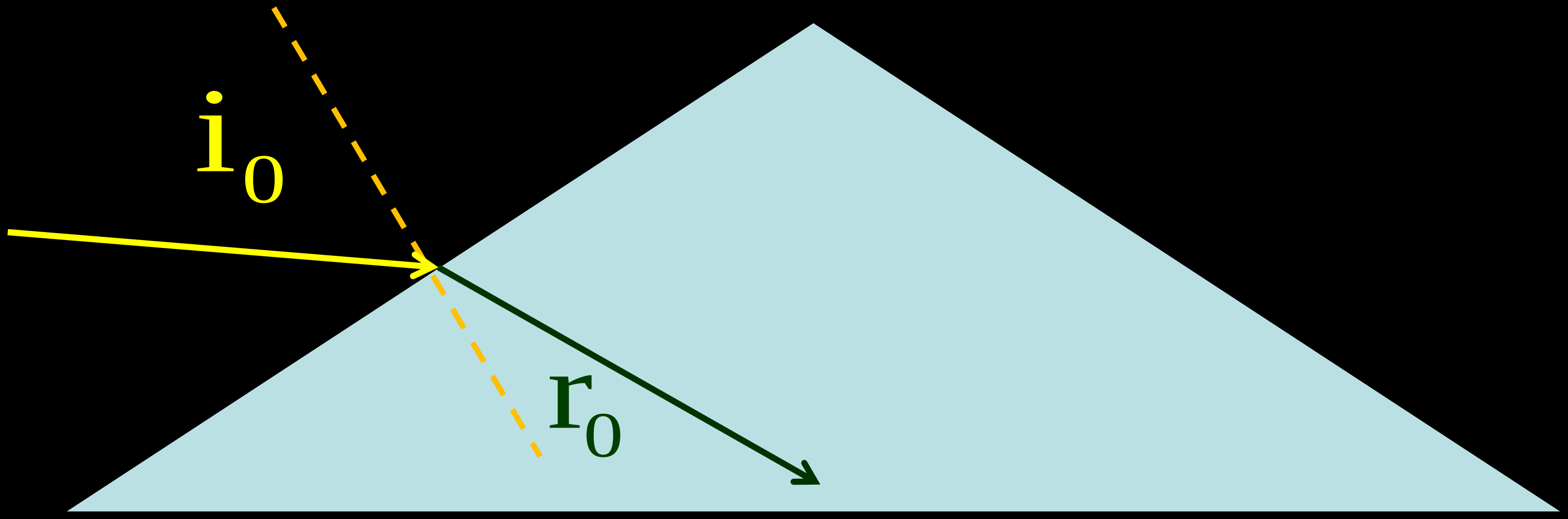
Toujours vrai

$$r \leq \Lambda$$

$$A - \Lambda \leq r \leq A + \Lambda$$

à la valeur extrême $r_0 = A - \Lambda$ *correspond à l'angle d'incidence* i_0 *défini par :*

$$\sin\left(i_0\right) = n.\sin\left(A - \Lambda\right)$$



La condition $r > r_0$ entraîne la **condition imposée** au rayon incident : $i > i_0$, et i ne peut varier qu'entre i_0 et $\pi/2$, autrement dit : $i_0 < i < \pi/2$

$$n_{air}.\sin(i_0) = n.\sin(r_0)$$

$$n_{air}.\sin(i) = n.\sin(r)$$

$$i_0 \leq i \Rightarrow n_{air}.\sin(i_0) \leq n_{air}.\sin(i)$$

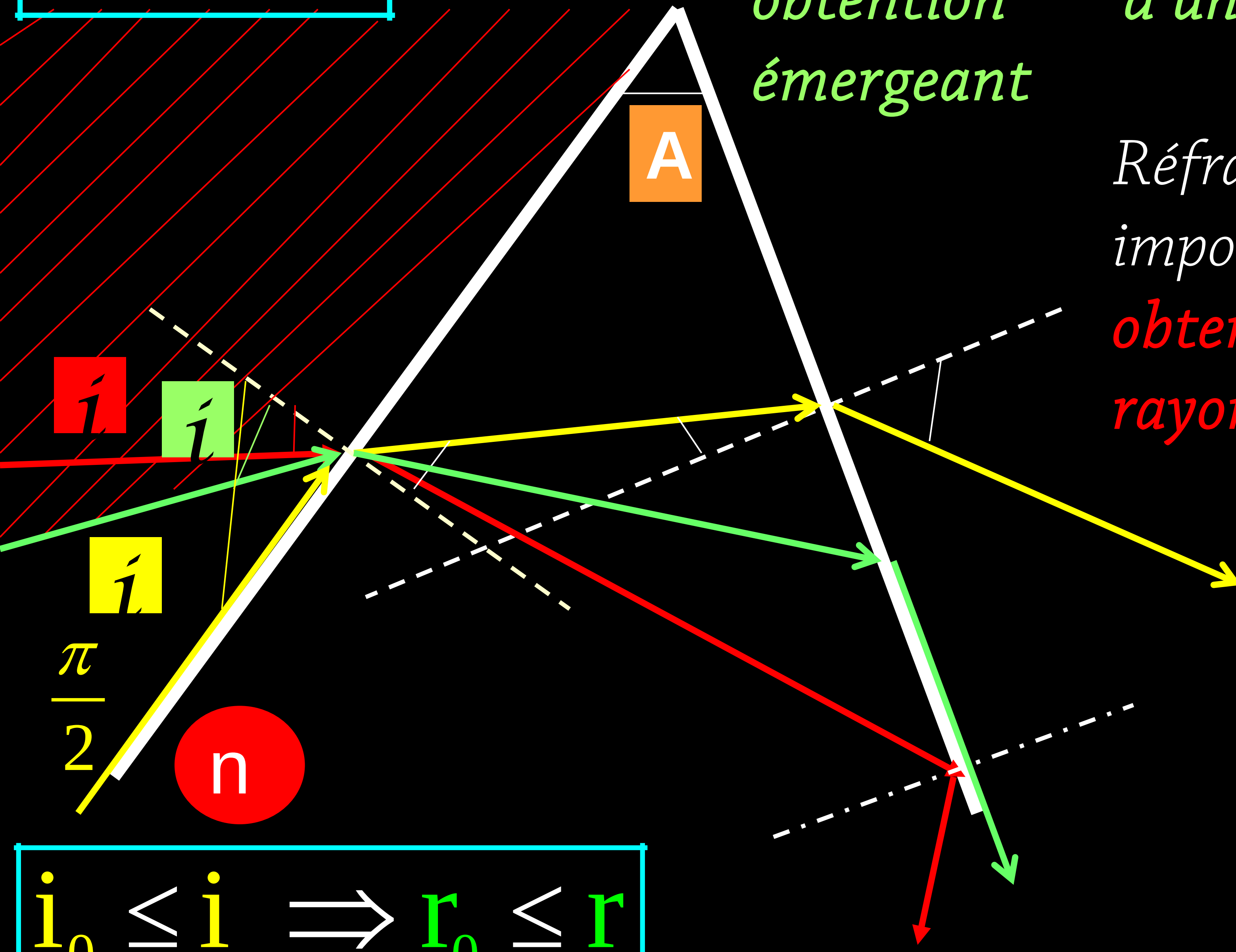
$$\Rightarrow n.\sin(r_0) \leq n.\sin(r)$$

$$\boxed{i_0 \leq i \Rightarrow r_0 \leq r}$$

$$\boxed{A \leq 2.\Lambda}$$

Réfraction possible : obtention d'un rayon émergeant

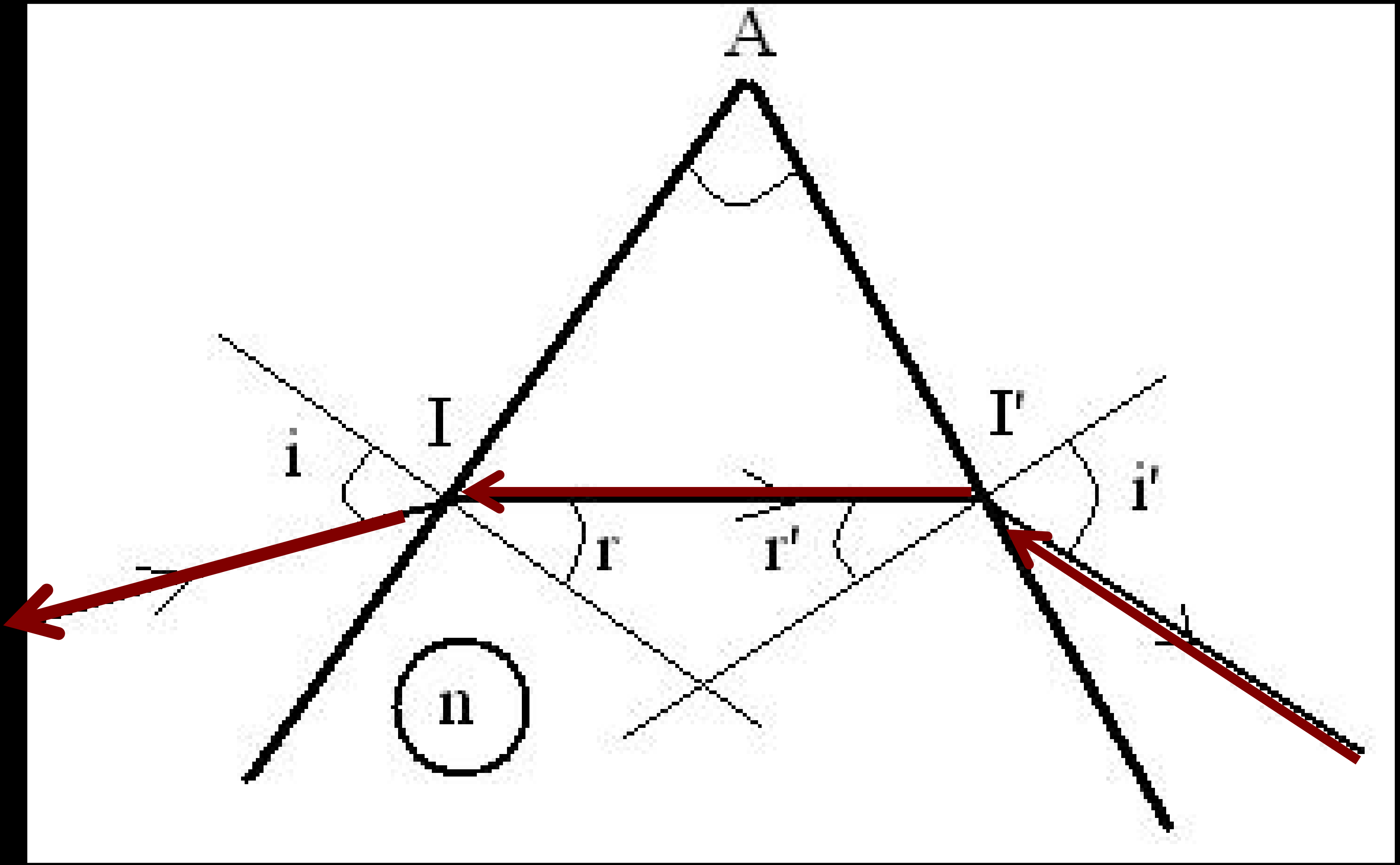
Réfraction impossible : obtention d'un rayon réfléchi



$$\boxed{i < i_0}$$

$$\boxed{i_0 \leq i \Rightarrow r_0 \leq r}$$

Remarque : *Principe du retour inverse de la lumière*



Cas des petits angles

*Si les angles A et i **sont petits**, il en résulté que r, r' et i' sont également petits, et les formules du prisme s'écrivent comme suit :*

Les formules du prisme :

$$i = n.r$$

$$i' = n.r'$$

$$A = r + r'$$

$$D = n.r + n.r' - A = (n-1).A$$

$$\boxed{D = n.r + n.r' - A = (n-1).A}$$

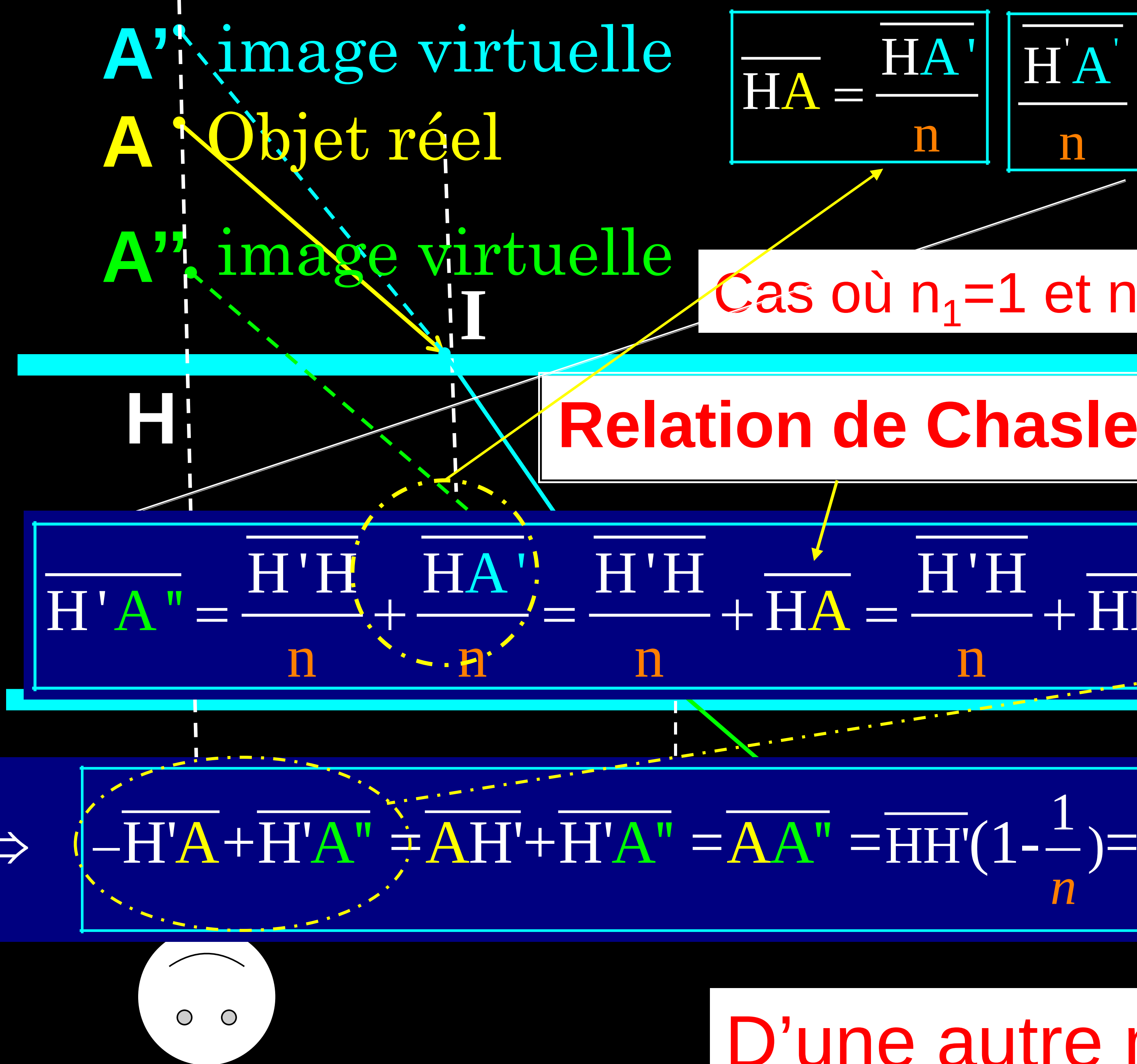
Cette relation montre que, dans le cas des petits angles, la ***déviation*** *est* ***indépendante de l'angle d'incidence****.*

On a alors dD/di = 0, le prisme est au minimum de déviation, minimum qui est constant dans le domaine de validité des ***formules de Kepler****.*

Voir le TD série n°1

- **A suivre…**

- **La semaine prochaine**



$$\overline{HA} = \frac{\overline{HA'}}{n}$$

$$\frac{\overline{H'A'}}{n} = \overline{H'A''}$$

Cas où $n_1=1$ et $n_2=n$

Relation de Chasles

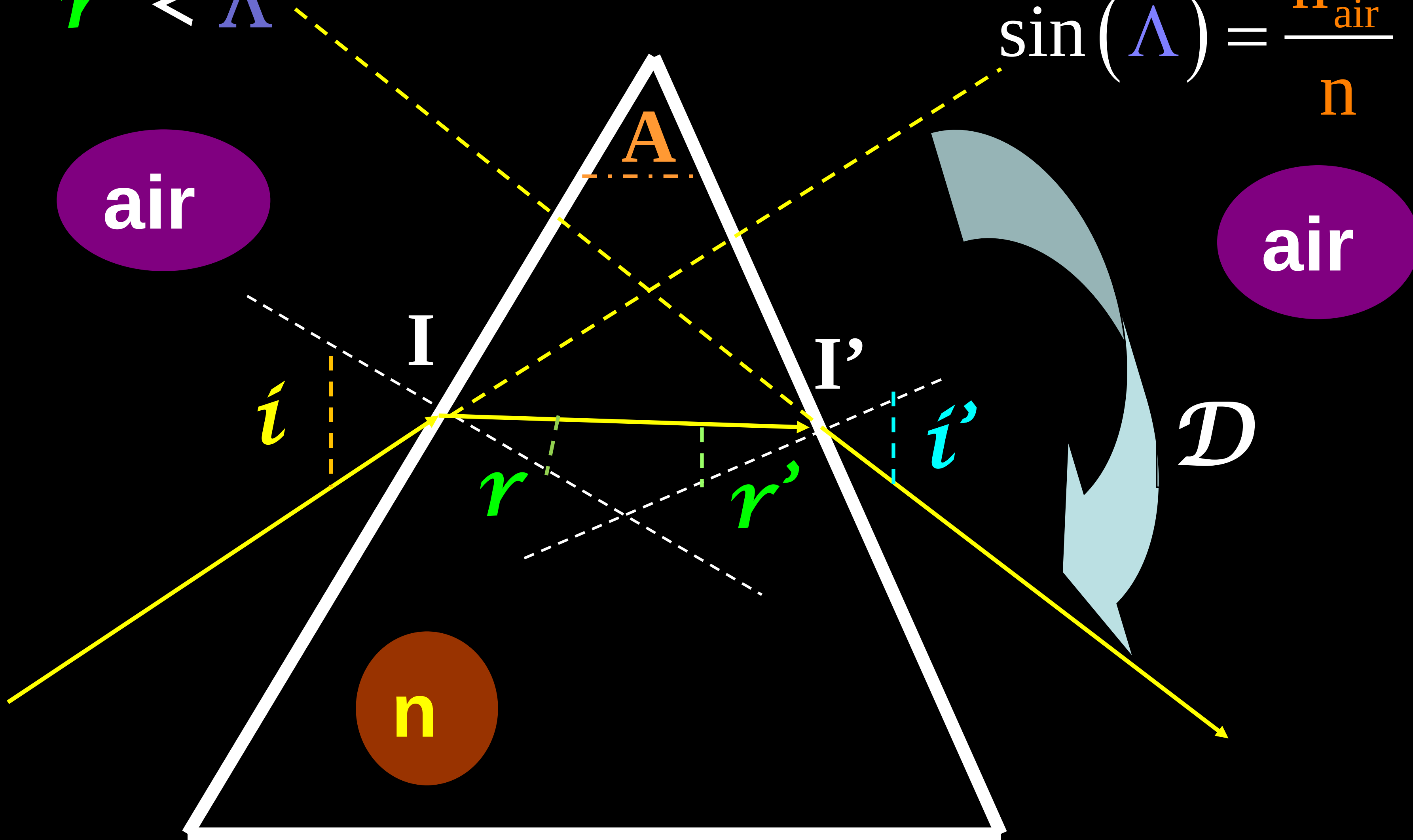
$$\overline{H'A''} = \frac{\overline{H'H}}{n} + \frac{\overline{HA'}}{n} = \frac{\overline{H'H}}{n} + \overline{HA} = \frac{\overline{H'H}}{n} + \overline{HH'} + \overline{H'A}$$

$$\Rightarrow \quad -\overline{H'A} + \overline{H'A''} = \overline{AH'} + \overline{H'A''} = \overline{AA''} = \overline{HH'}\left(1-\frac{1}{n}\right) = e.\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

D’une autre manière

$r' < \Lambda$

$$\sin(\Lambda) = \frac{n_{air}}{n}$$



Pour une valeur donnée de **l'angle A** du prisme, les différents angles varient entre les limites indiquées ci-dessous :

Angle			
i	i_0	croît	$\pi/2$
r	$A - \Lambda$	croît	Λ
r'	Λ	décroît	$A - \Lambda$
i'	$\pi/2$	décroît	i_0