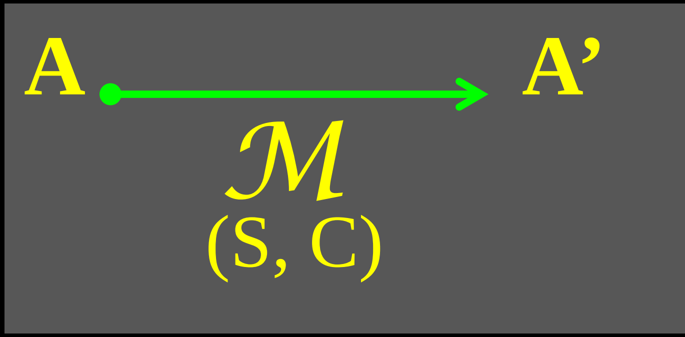
Il est à souligner qu'il y a **3 expressions de la relation de conjugaison**, reliant les abscisses du point objet **A** et du point image **A'**, en utilisant **trois origines différentes** à savoir **le sommet S**, **le centre C** et le double foyer (**F**,**F'**), **les deux foyers objet F et image F'** du **miroir sphérique M** de **sommet S** et de **centre C**.

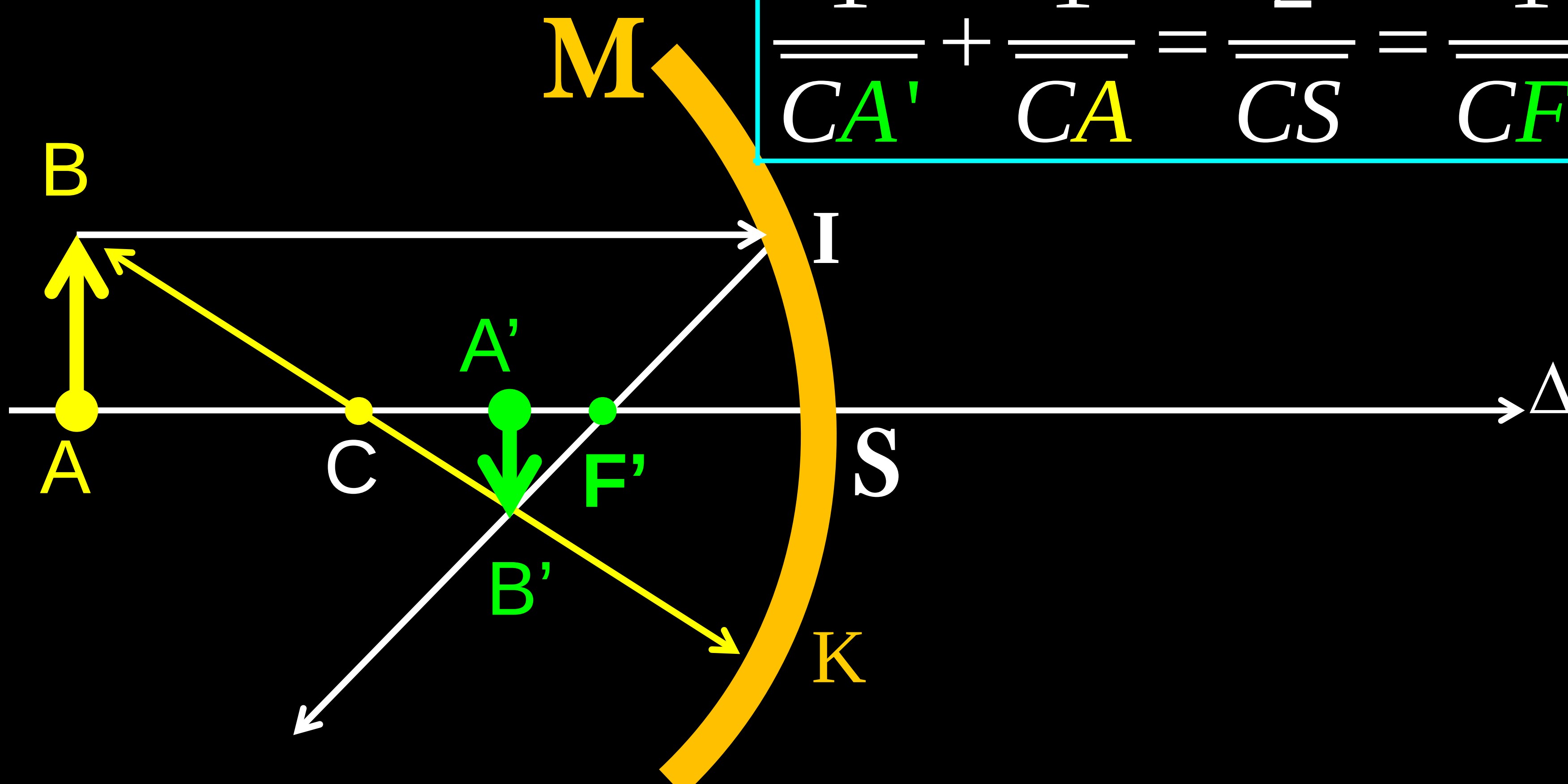
Ces **trois formules** s'obtiennent par des considérations géométriques sur les triangles semblables :



Origine au centre C :

Les positions de **AB** et de son image **A'B'** sont liées par la relation définie comme suit :

$$\frac{1}{\overline{CA'}}+\frac{1}{\overline{CA}}=\frac{2}{\overline{CS}}=\frac{1}{\overline{CF'}}$$



$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}}} \qquad \frac{1}{\overline{SC}+\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{SC}+\overline{CA'}}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

$$\frac{\overline{SC}+\overline{CA'}+\overline{SC}+\overline{CA}}{\left(\overline{SC}+\overline{CA}\right).\left(\overline{SC}+\overline{CA'}\right)}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

Après tout calcul fait, on obtient :

$$\cancel{2.\overline{SC}^2}+\cancel{\overline{SC}.\overline{CA'}}+\cancel{\overline{SC}.\overline{CA}}=2\left[\cancel{\overline{SC}.\overline{SC}}+\cancel{\overline{CA}.\overline{SC}}+\cancel{\overline{SC}.\overline{CA'}}+\overline{CA}.\overline{CA'}\right]$$

$$\overline{SC}.\overline{CA'}+\overline{CA}.\overline{SC}+2.\overline{CA}.\overline{CA'}=0$$

$$\overline{CS}.\left[\overline{CA'}+\overline{CA}\right]=2.\overline{CA}.\overline{CA'}$$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}} \qquad \frac{1}{\overline{SC} + \overline{CA}} + \frac{1}{\overline{SC} + \overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

$$\frac{\overline{SC} + \overline{CA'} + \overline{SC} + \overline{CA}}{\left(\overline{SC} + \overline{CA}\right).\left(\overline{SC} + \overline{CA'}\right)} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Après tout calcul fait, on obtient :

$$\overline{SC}.\overline{CA'} + \overline{CA}.\overline{SC} + 2.\overline{CA}.\overline{CA'} = 0$$

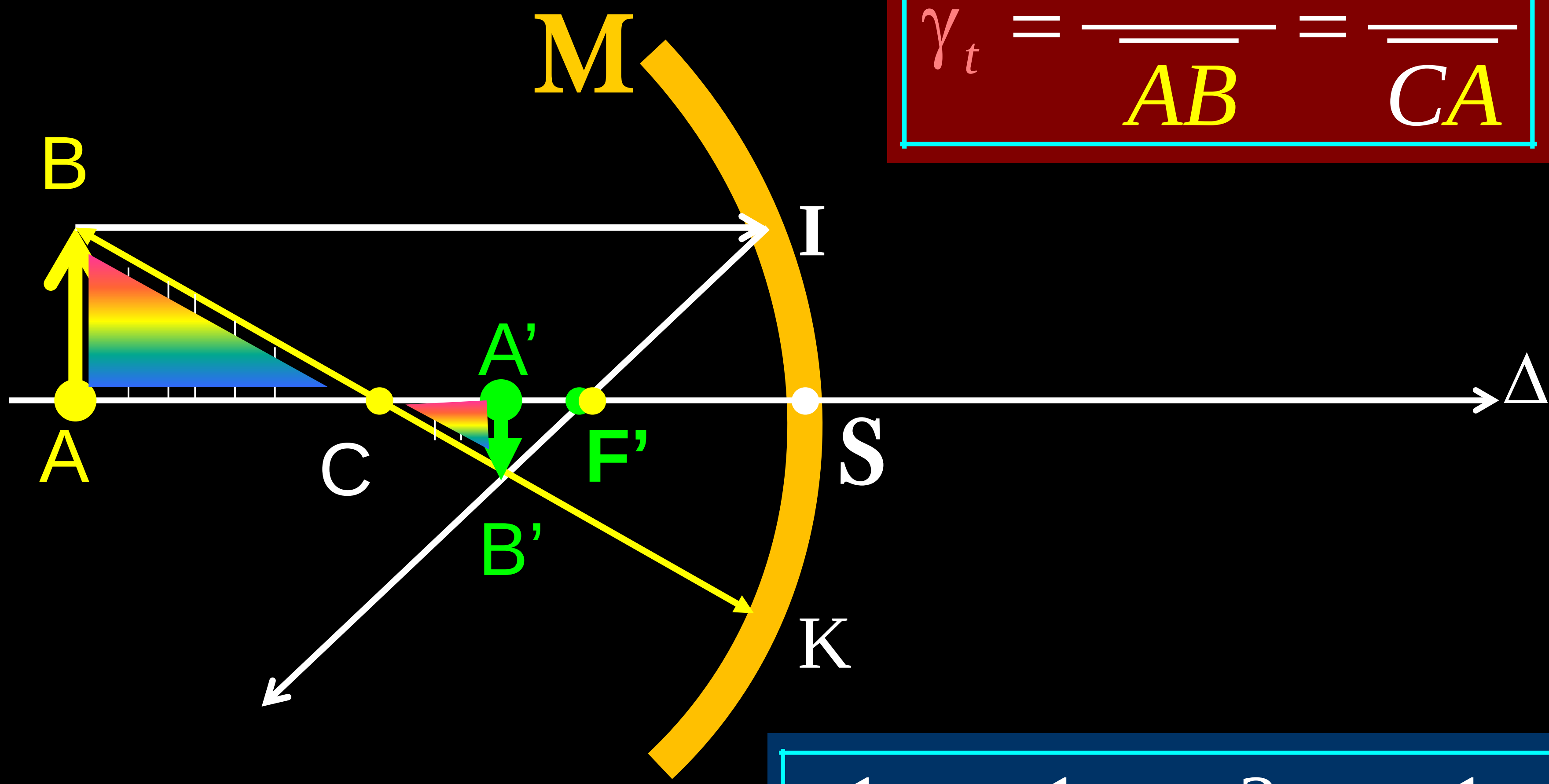
$$\overline{CS}.\left[\overline{CA'} + \overline{CA}\right] = 2.\overline{CA}.\overline{CA'}$$

Formule de conjugaison, origine au centre C

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

Les 2 triangles CAB et CA'B' sont semblables

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

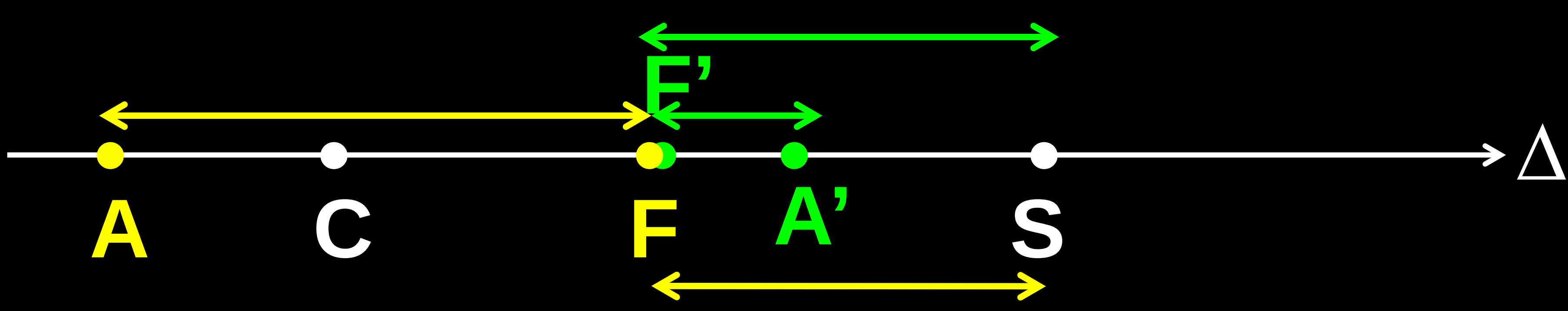


$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} = \frac{1}{\overline{CF'}}$$

Origines aux foyers. Formules de Newton

En prenant pour **origine le milieu F** de **SC**, la **division harmonique** des quatre points **F**, S, **A et A’** s’expriment par la relation suivante :

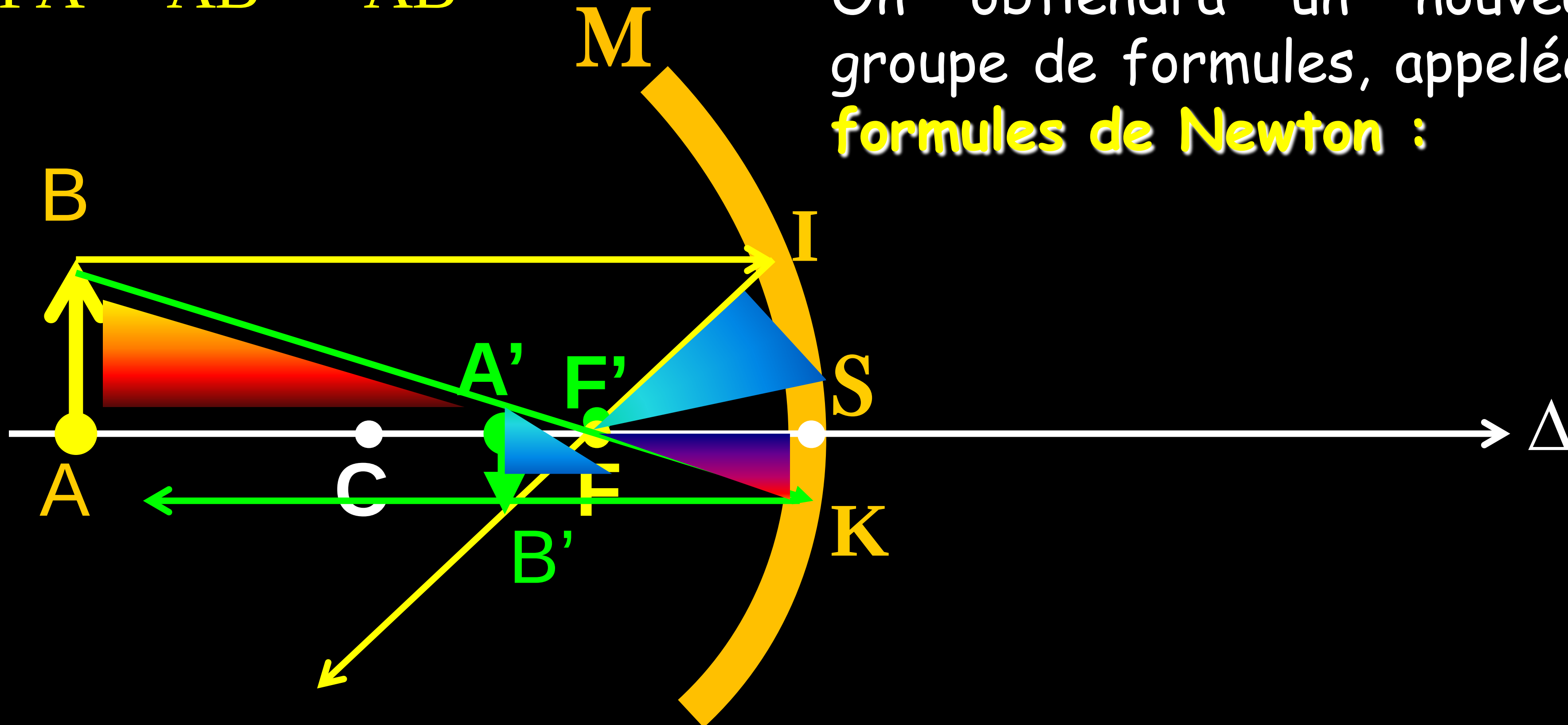
$$\boxed{\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FS}.\overline{F'S} = \overline{FS}^2}$$



$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{SK}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma_t$$

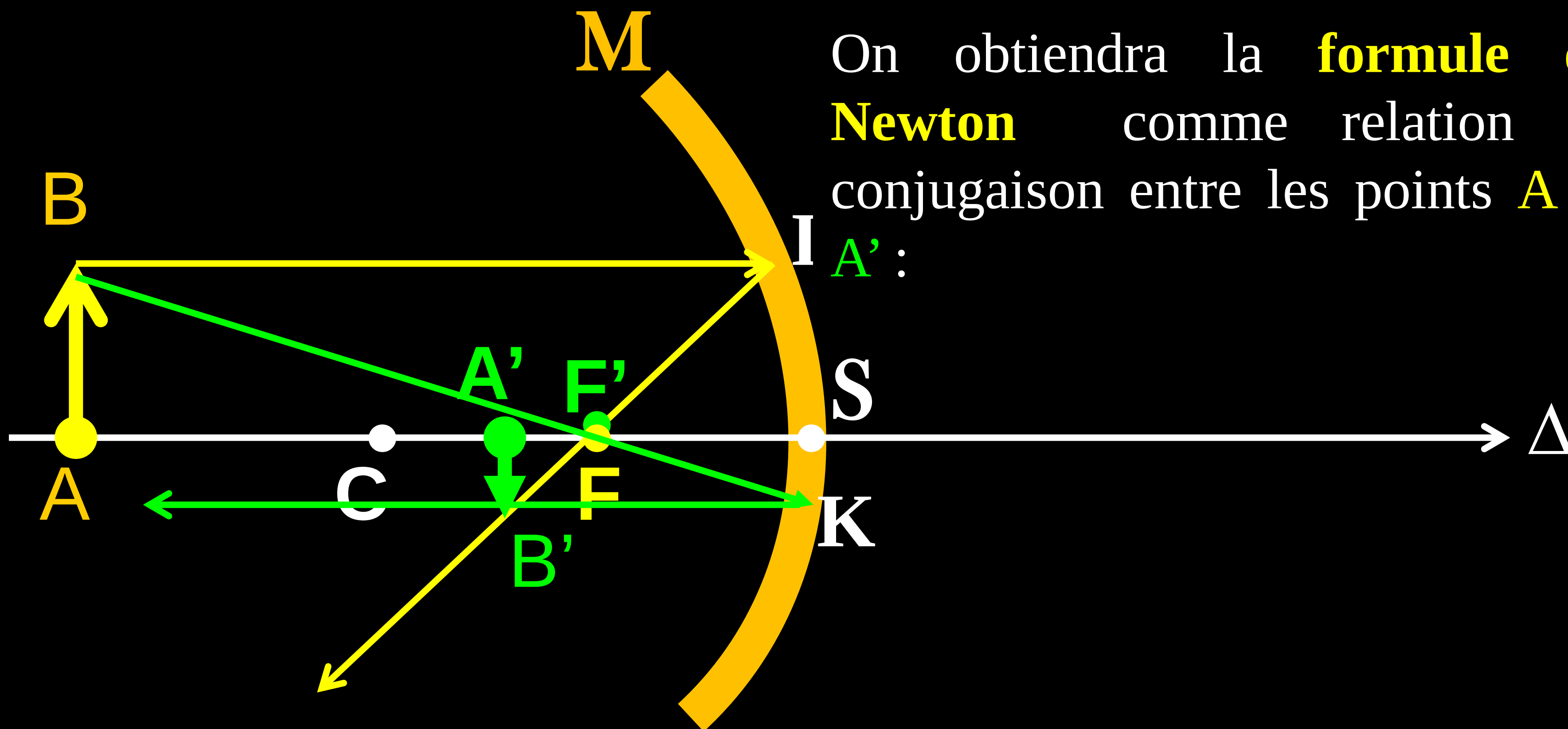
$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma_t$$

On obtiendra un nouveau groupe de formules, appelées **formules de Newton :**



$$\boxed{\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} \Leftrightarrow \overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FS}.\overline{F'S} = \overline{FS}^2}$$

Si on pose $\overline{FA} = x$ et $\overline{F'A'} = x'$



On obtiendra la **formule de Newton** comme relation de conjugaison entre les points A et A' :

$$x.x' = -f.f' = f^2 \quad et \quad \gamma_t = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$$

Les miroirs sphériques

Formes de la relation de conjugaison :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}=\frac{1}{\overline{SF'}}=\frac{1}{\overline{SF}}}$$

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{SA'}}+\frac{\overline{SF}}{\overline{SA}}=1$$

Relation de Descartes

Origine O de Δ.

Relation de Newton

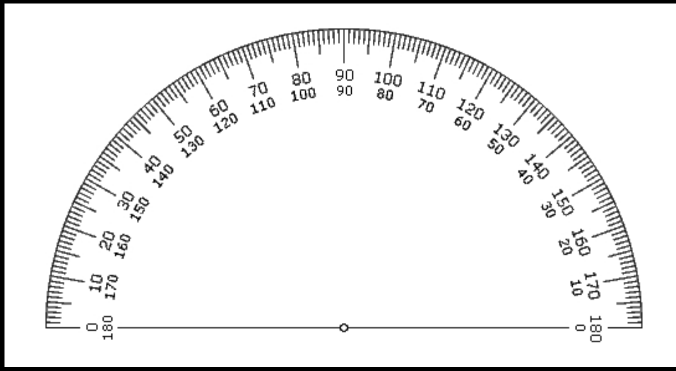
$$\boxed{\overline{SF}.\overline{SF'}=f.f'=f^{2}=\overline{FA}.\overline{F'A'}}$$

construction d'image

Construction d'image

Constructions géométriques dans les conditions de l'approximation de Gauss

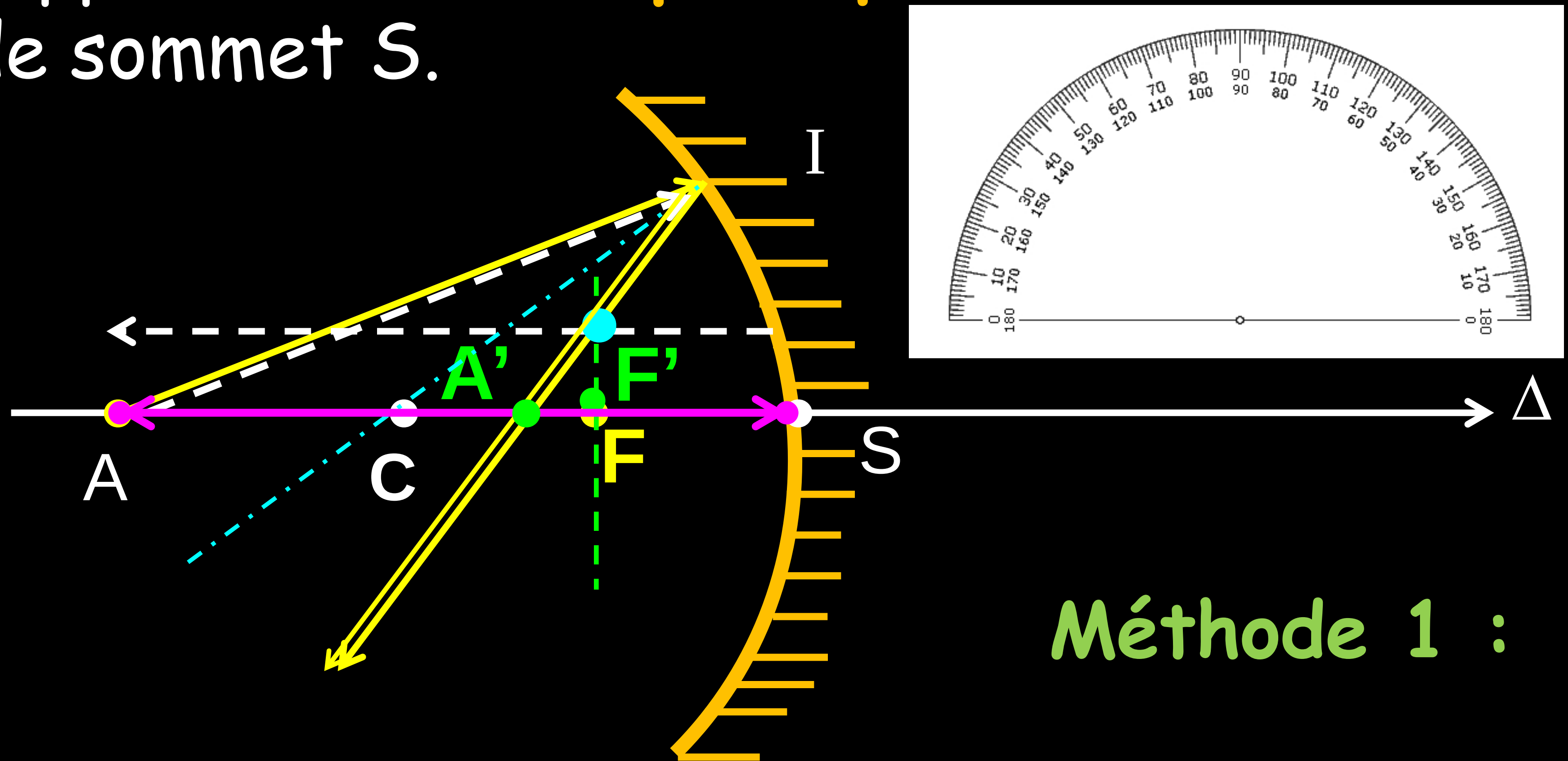
Déterminer l'image ***A'*** d'un point ***A*** à travers un **miroir sphérique** de centre ***C*** et de sommet ***S*** revient à déterminer les rayons réfléchis correspondants à des rayons incidents issus de ce point ***A***.



En pratique, on ne fait pas appel directement aux lois de la réflexion, mais bien aux propriétés des <u>éléments cardinaux</u> du **miroir sphérique** tels que le **centre *C***, les **deux foyers *F* et *F'***, **les plans focaux**.

1- Constructions du rayon conjugué d'un **rayon quelconque**

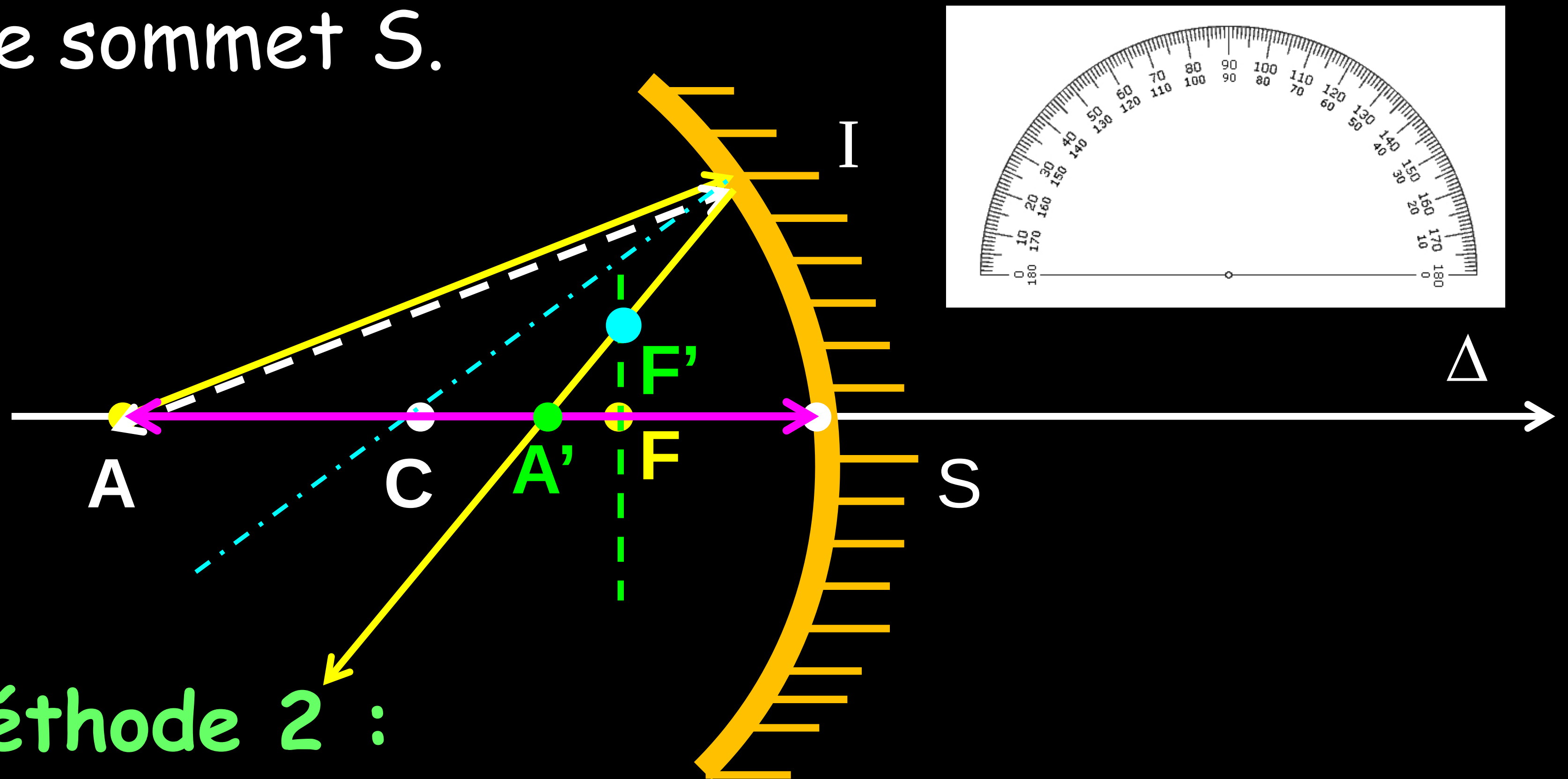
Nous allons déterminer **l'image A'** d'un point **objet A** de **l'axe optique** Δ par rapport au **miroir sphérique** de centre C et de sommet S.



Méthode 1 :

1- Constructions du rayon conjugué d'un **rayon quelconque**

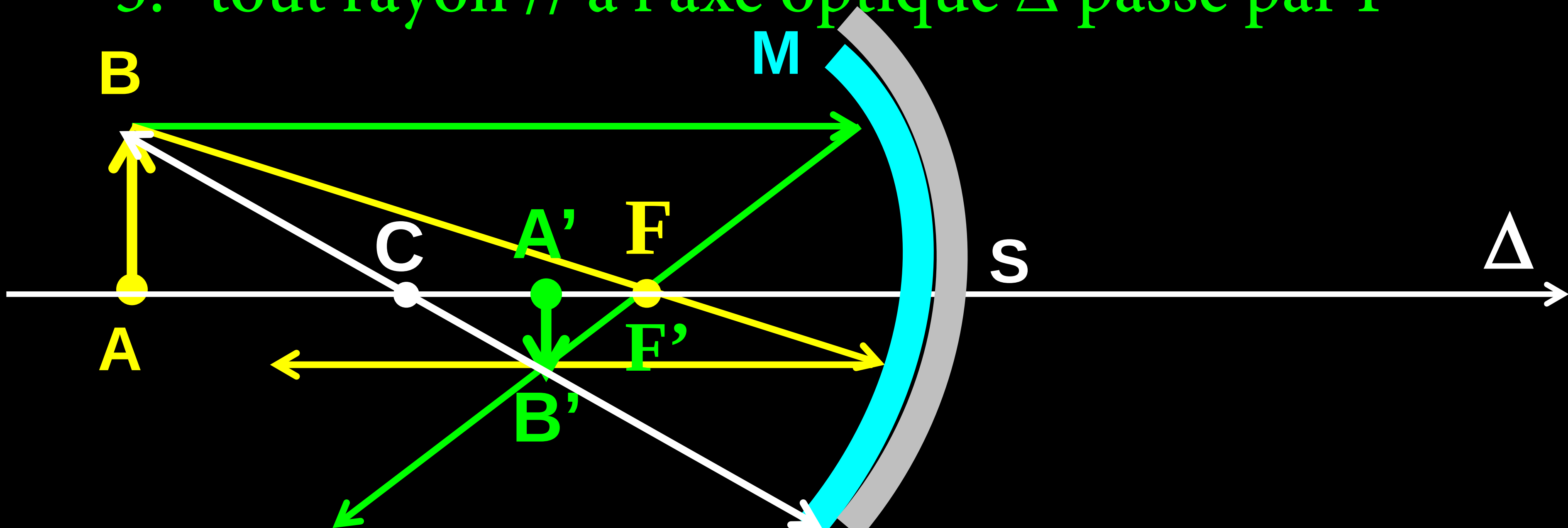
Nous allons déterminer **l'image A'** d'un point **objet A** de **l'axe optique** Δ par rapport au **miroir sphérique** de centre C et de sommet S.



Méthode 2 :

- Construction d’une image : utilisation de 3 rayons particuliers

1. tout rayon passant par le centre C du miroir n’est pas dévié
2. tout rayon passant par F ressort // à l’axe optique Δ
3. tout rayon // à l’axe optique Δ passe par F’



Cas n°1

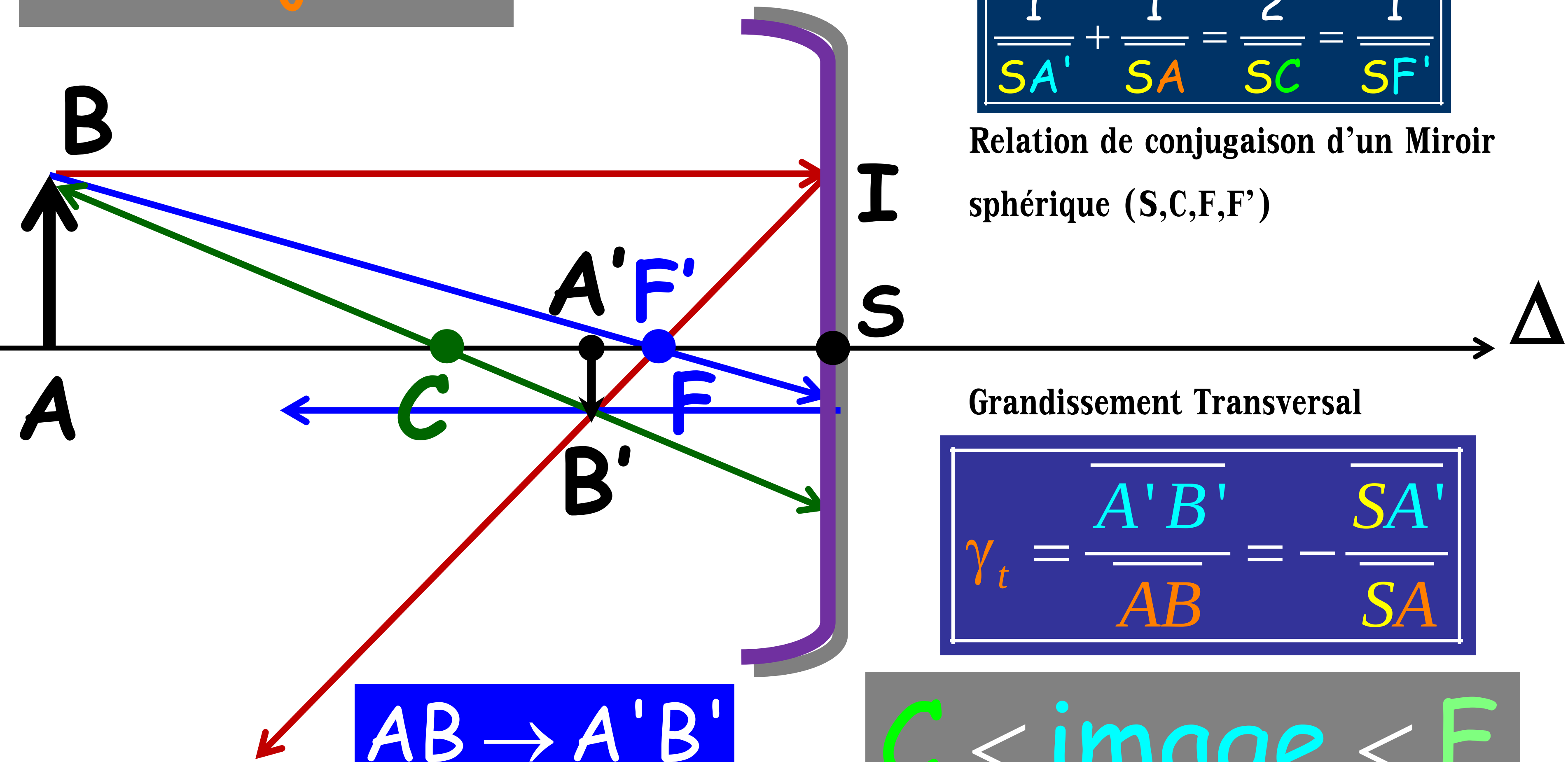
Objet réel

$-\infty < \text{objet} < C$

Miroir concave

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

Relation de conjugaison d'un Miroir sphérique (S,C,F,F')



Grandissement Transversal

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

$C < \text{image} < F$

$AB \rightarrow A'B'$

Image réelle renversée

Pr Hamid TOUMA

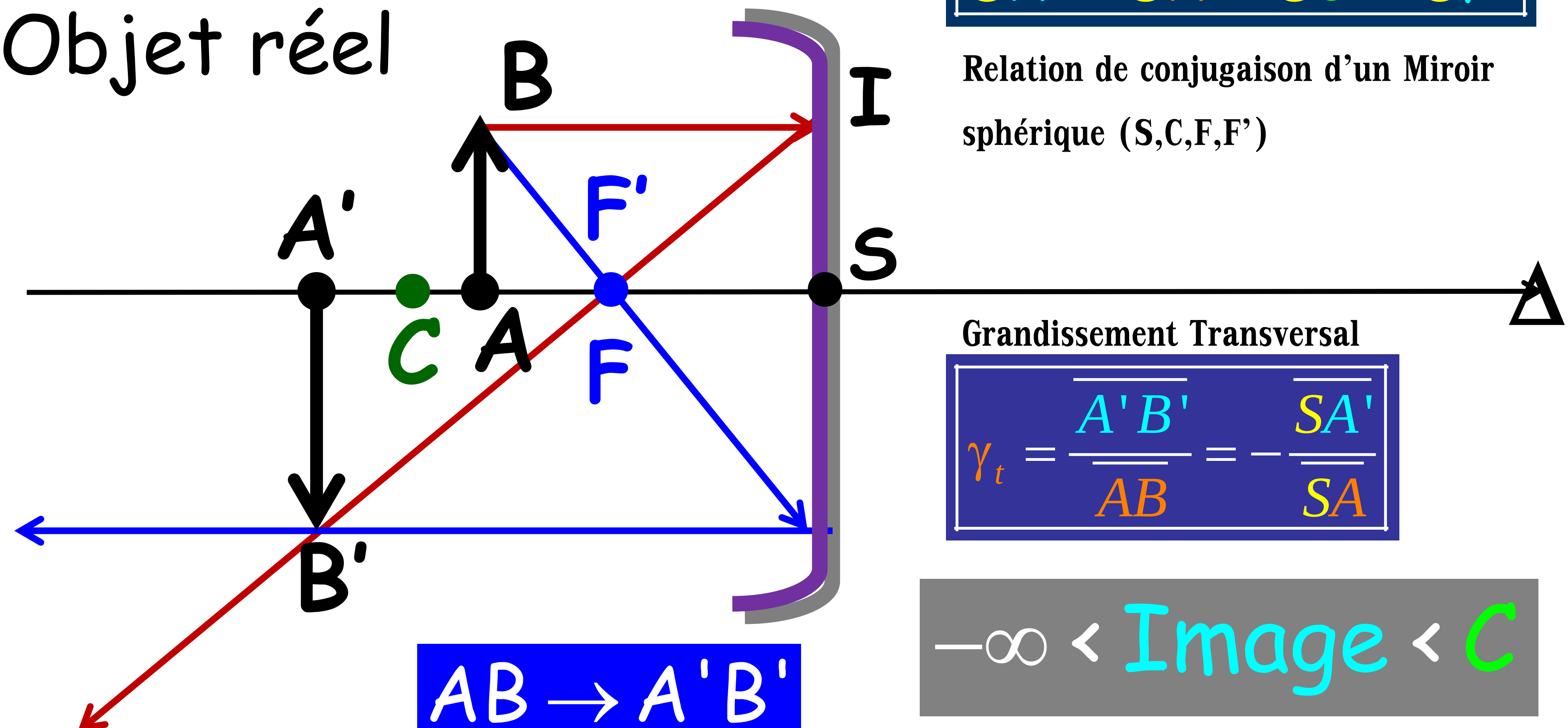
Miroir concave

Cas n°2

$C < \text{Objet} < F$

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

Objet réel



Relation de conjugaison d'un Miroir sphérique (S,C,F,F')

Grandissement Transversal

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

$-\infty < \text{Image} < C$

$AB \rightarrow A'B'$

Image réelle renversée

Pr Hamid TOUMA

Miroir concave

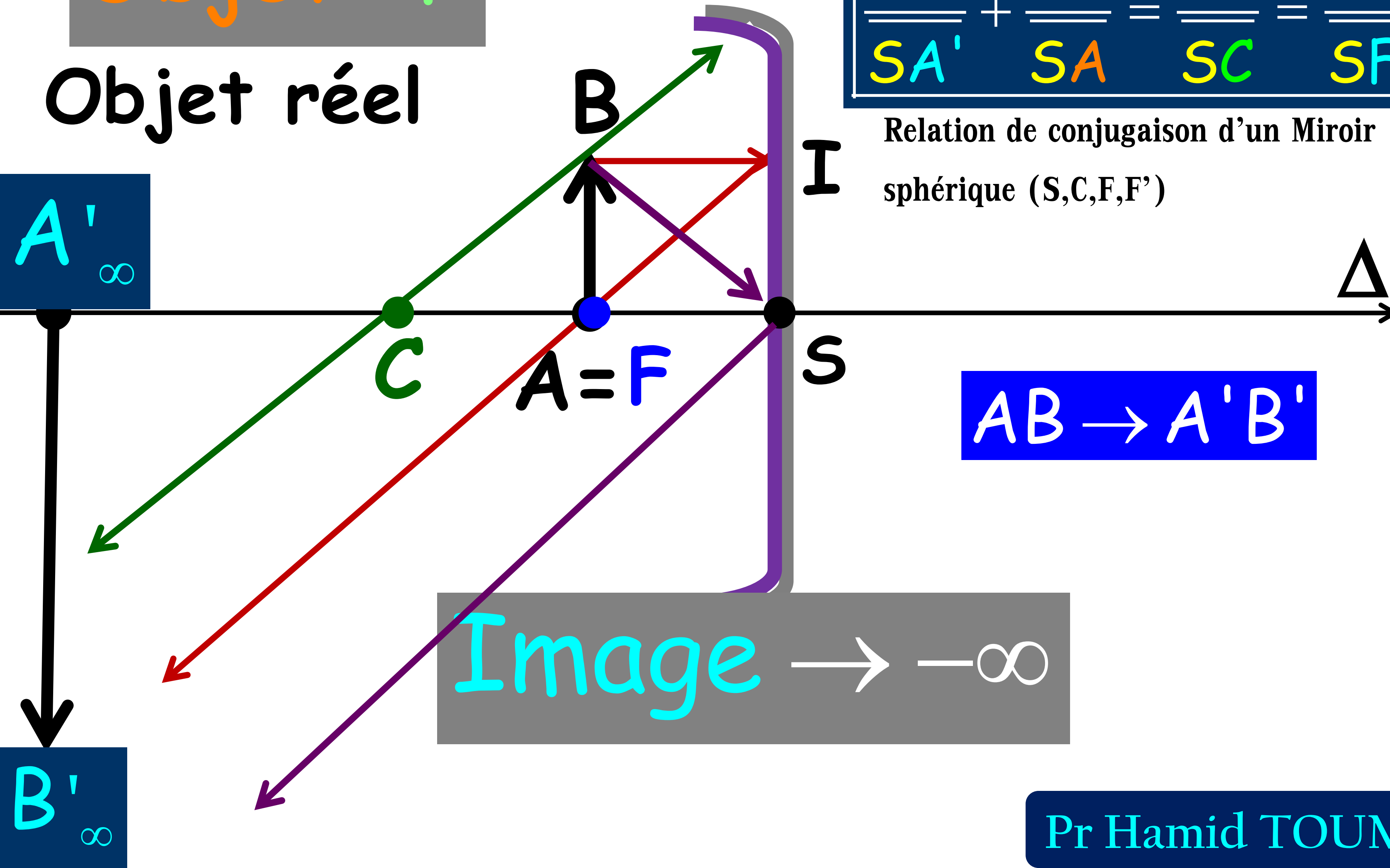
Cas n°3

Objet = F

Objet réel

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

Relation de conjugaison d'un Miroir sphérique (S,C,F,F')



$AB \rightarrow A'B'$

$\text{Image} \rightarrow -\infty$

Pr Hamid TOUMA

Miroir concave

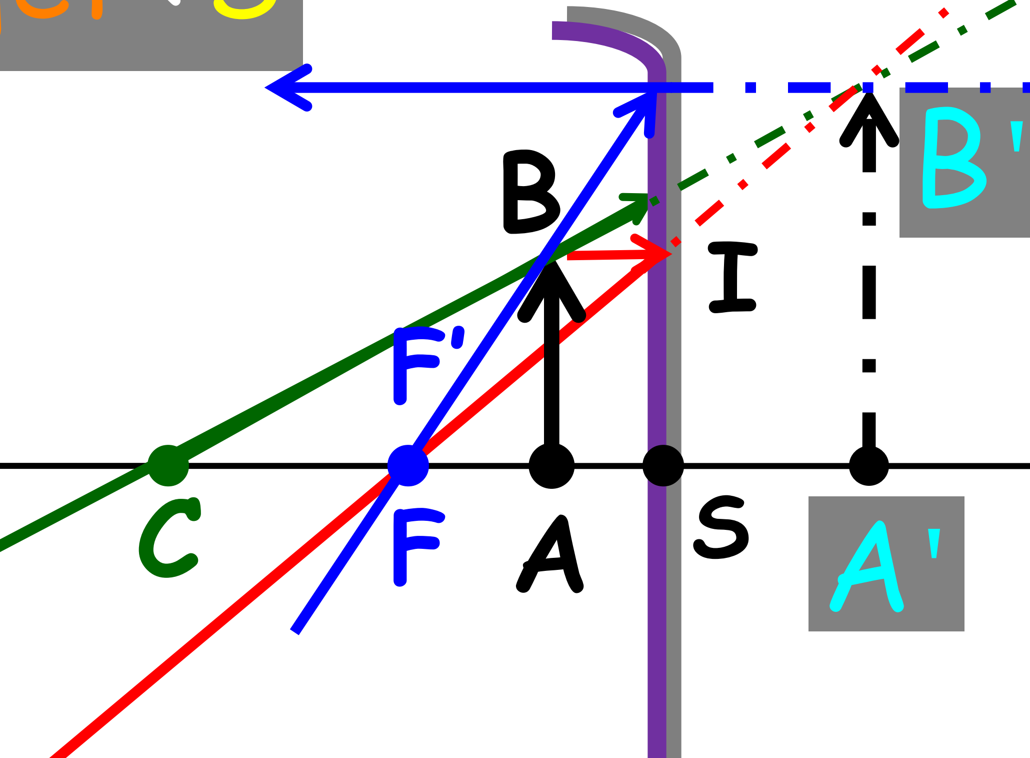
Objet réel

F < Objet < S

Cas n° 4

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$



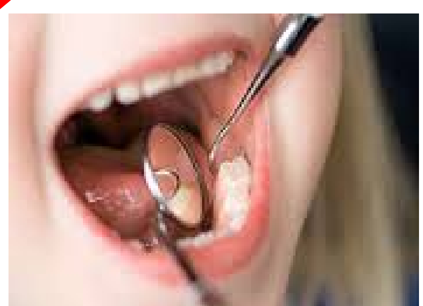


Image virtuelle

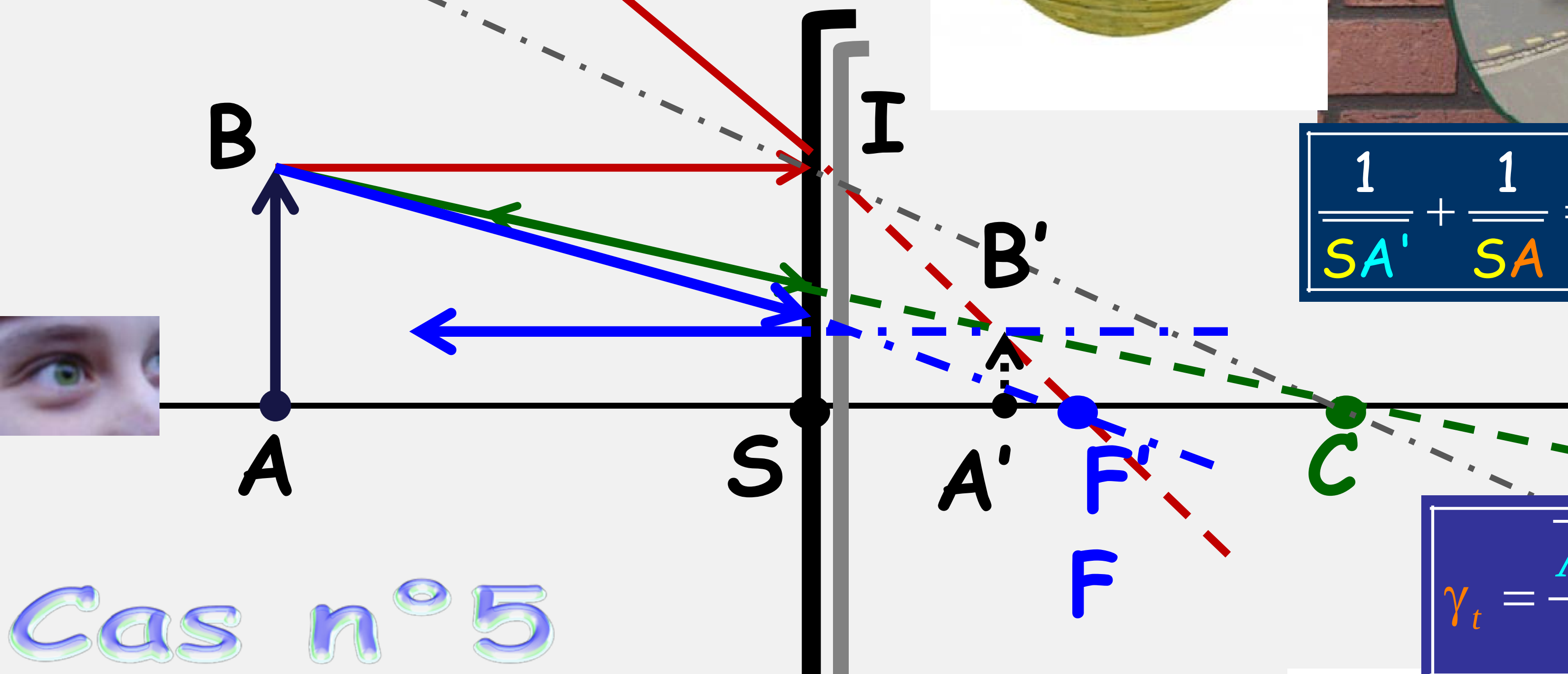
S < image < $+\infty$

$AB \rightarrow A'B'$

Pr Hamid TOUMA

Miroir convexe

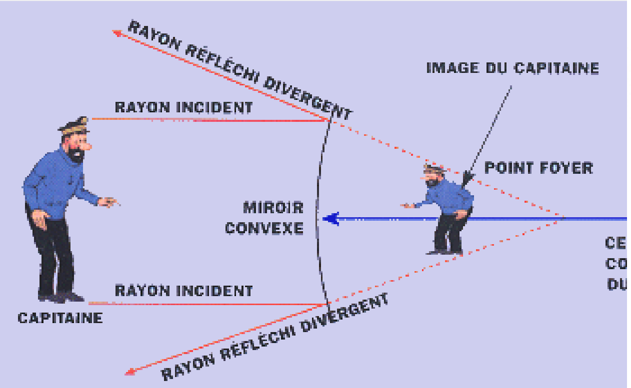
$AB \rightarrow A'B'$

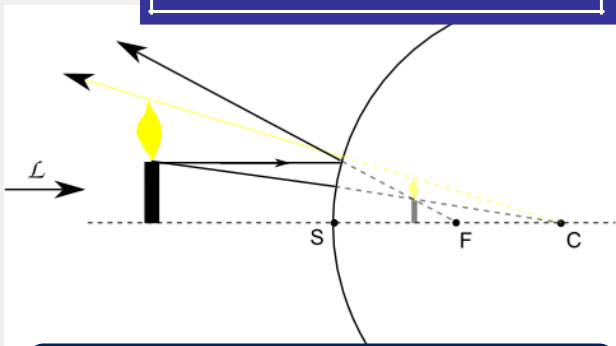


$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$$

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Cas n°5





Pr Hamid TOUMA

Merci et à la prochaine…