

Foyers. Convergence

FOYERS, CONVERGENCE

Foyer image F'

Si le point objet **A** s'éloigne à l'infini, son **conjugué** est le **foyer image** **F'** du **dioptre sphérique**.

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

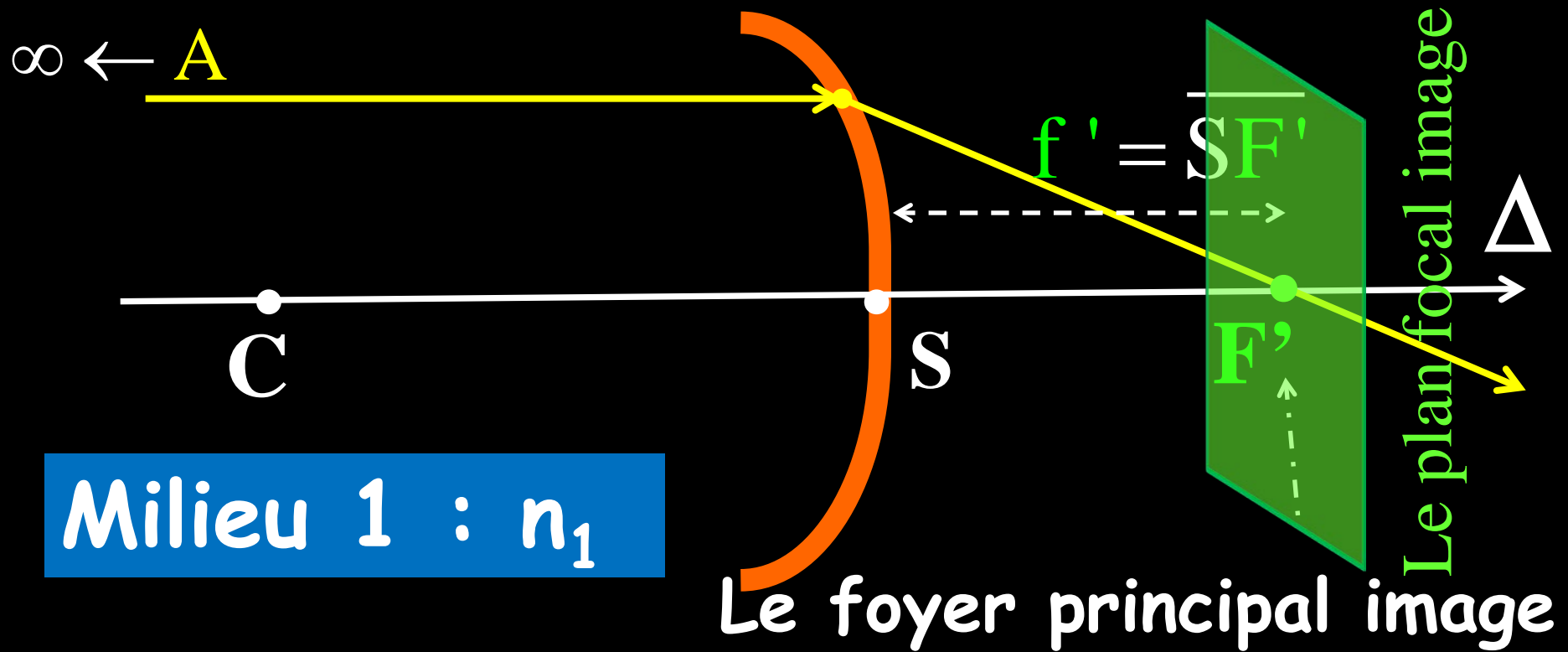
Si $A \rightarrow \infty$, alors $A' \rightarrow F'$, $\left(\frac{n_2}{\overline{SF'}} \right) = \frac{(n_2 - n_1)}{\overline{SC}}$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

La distance focale image du dioptre sphérique

Dioptre sphérique

Milieu 2 : n_2



Milieu 1 : n_1

Le point source A , situé à l'infini, est conjugué avec le foyer principal image F'

Foyer objet F :

Quand le point objet **A** est situé en **F**,
l'image **A'** est à l'infini. Le point **F** est le
foyer objet. la distance focale objet est
alors :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Si **A** \rightarrow **F**, alors **A'** $\rightarrow \infty$, $\left(\frac{n_1}{\overline{SF}} \right) = \frac{(n_1 - n_2)}{\overline{SC}}$

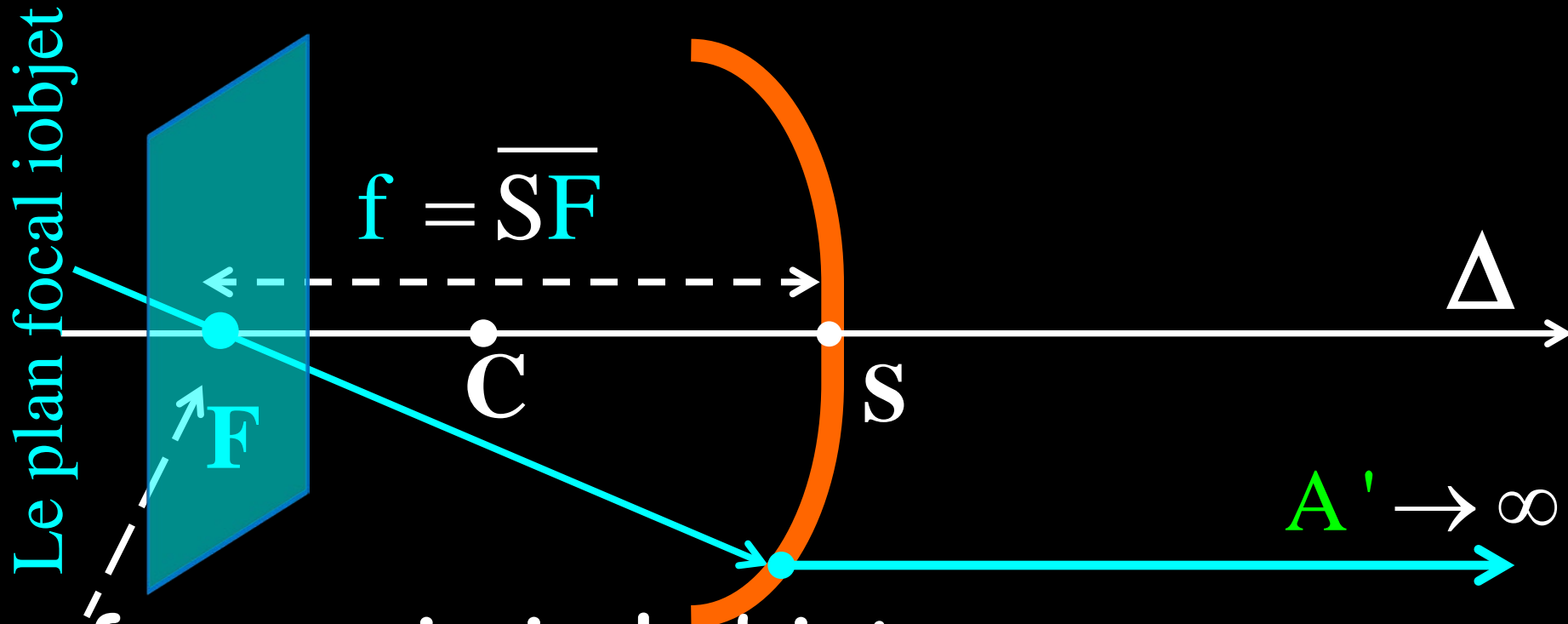
$$f = \overline{SF} = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} \cdot \overline{SC}$$

La distance focale
objet du dioptré
sphérique

Dioptre sphérique

Milieu 1 : n_1

Milieu 2 : n_2



Le foyer principal objet

Le point source A , situé au foyer objet F , est conjugué avec son point image A' rejeté à l'infini.

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1 \cdot \overline{SC}}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

$$V = \frac{n_2}{\overline{SF'}} = - \frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

vergence Dioptrie δ ou m^{-1}

dioptre sphérique

Position des foyers

dioptre sphérique

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} \cdot \overline{SC}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

\overline{SF} et $\overline{SF'}$ sont de signes opposés. F et F' **même nature**.

$$\frac{f}{f'} = \frac{\frac{n_1}{n_1 - n_2} \cdot \overline{SC}}{\frac{n_2}{n_2 - n_1} \cdot \overline{SC}} = \frac{n_1}{n_2}$$

Le rapport des distances focales f et f' d'un dioptre sphérique est égal au rapport des indices changé de signe.

F et F' sont **toujours de part et d'autre** de S .

✓ Si F est réel, il est dans le milieu d'indice n_1 , F' est certainement dans le milieu d'indice n_2 , donc réel aussi.

✓ Si au contraire F est virtuel, il est dans le milieu n_2 , ce qui impose à F' d'être dans le milieu n_1 , donc virtuel également.

Les foyers F et F' sont **tous les deux réels** ou **tous les deux virtuels**

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1}{(n_1 - n_2)} \cdot \overline{SC}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

$$f + f' = \overline{SC} \Leftrightarrow \overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$$

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \underbrace{\overline{SF'} + \overline{F'C}}_{\text{Chasles}}$$

$$\overline{SF} = \overline{F'C}$$

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \underbrace{\overline{SF} + \overline{FC}}_{\text{Chasles}}$$

$$\overline{SF'} = \overline{FC}$$

Ces 2 relations permettent de **placer** rapidement un foyer quand on connaît l'autre.

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1 \cdot \overline{SC}}{(n_1 - n_2)}$$

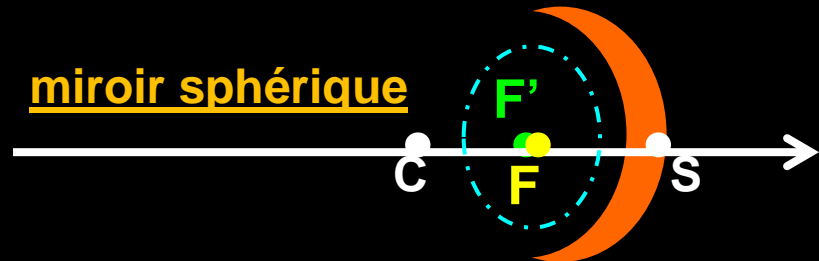
$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

**Très
important !!!!**

$$f + f' = \overline{SC} \quad \text{soit} \quad \overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$$

$$\text{d'où} \quad \overline{SF'} = \overline{FC} \quad \text{et} \quad \overline{SF} = \overline{F'C}$$

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC} \Leftrightarrow \frac{\overline{SF} + \overline{SF'}}{2} = \frac{\overline{SC}}{2}$$



Milieu de **FF'** est identique au milieu de SC

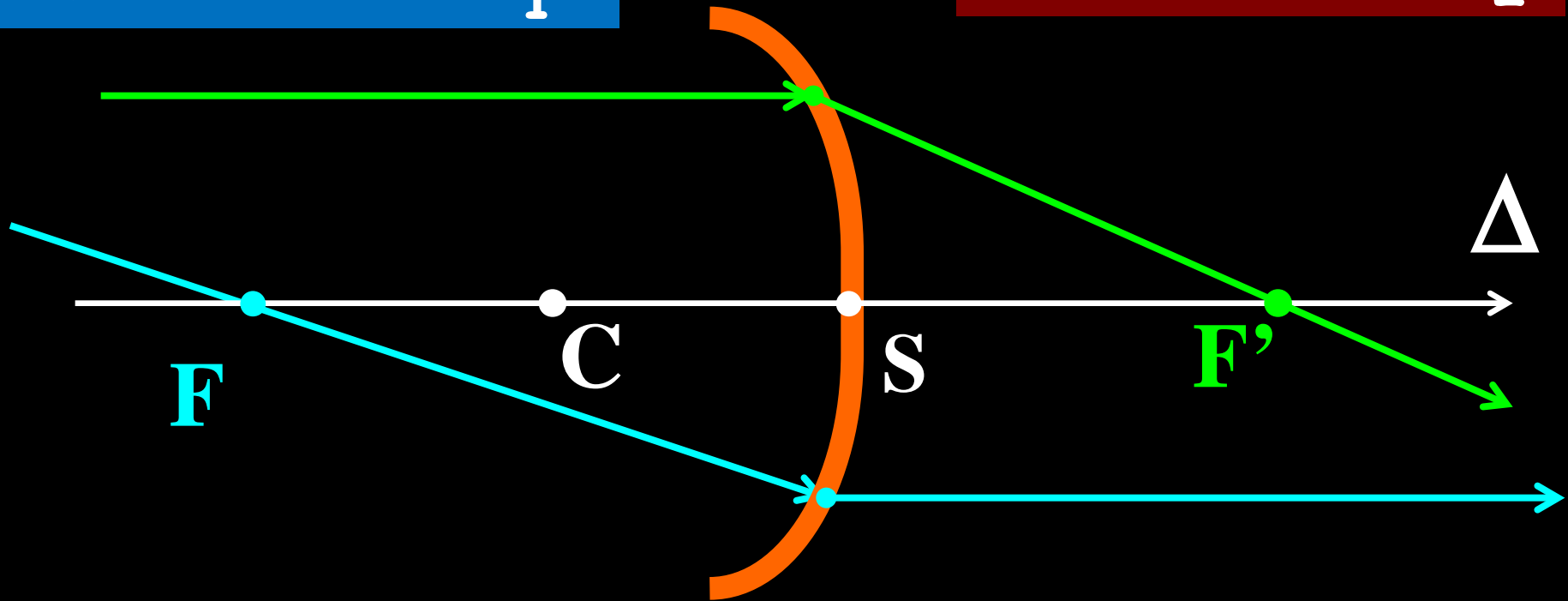
Il n'y a jamais de foyer entre S et C, pour un dioptre sphérique.

Pour un miroir sphérique les 2 foyers sont **confondus** au milieu de CS

Dioptre sphérique

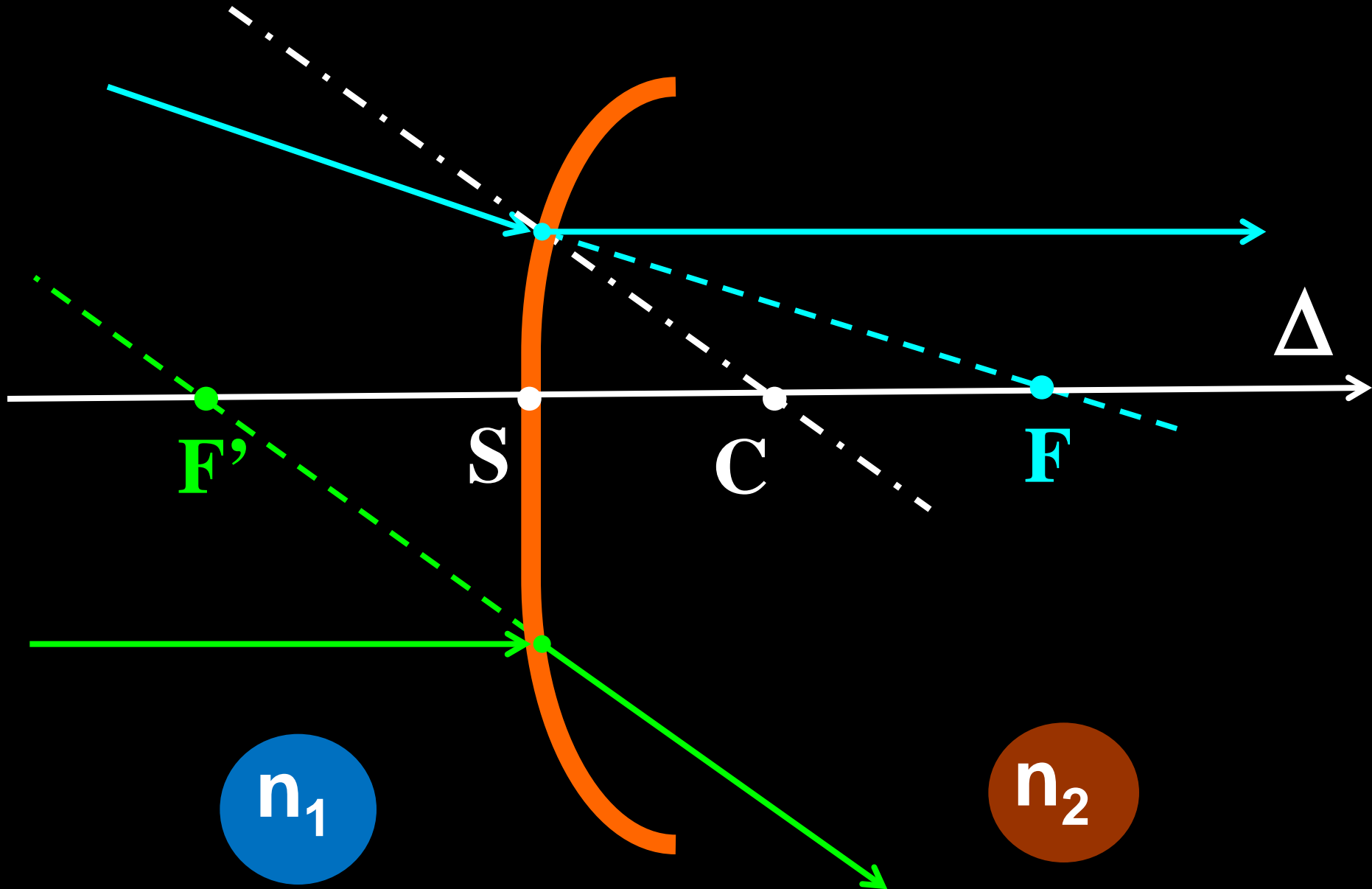
Milieu 1 : n_1

Milieu 2 : n_2



F et F' sont réels

F et **F'** sont virtuels



Un dioptre sphérique est convergent si les deux foyers F et F' sont réels

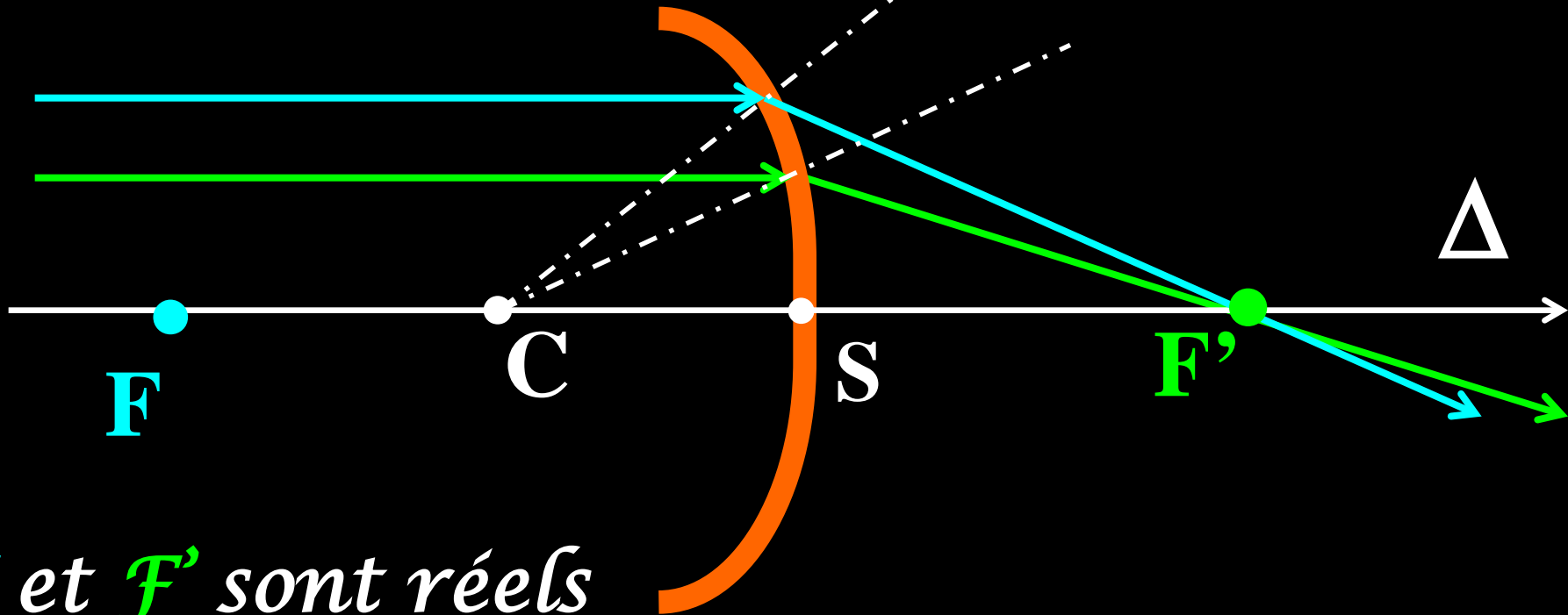
Un dioptre sphérique est divergent si les deux foyers F et F' sont virtuels

Dioptre sphérique

Milieu 1 : n_1

$$n_1 > n_2$$

Milieu 2 : n_2



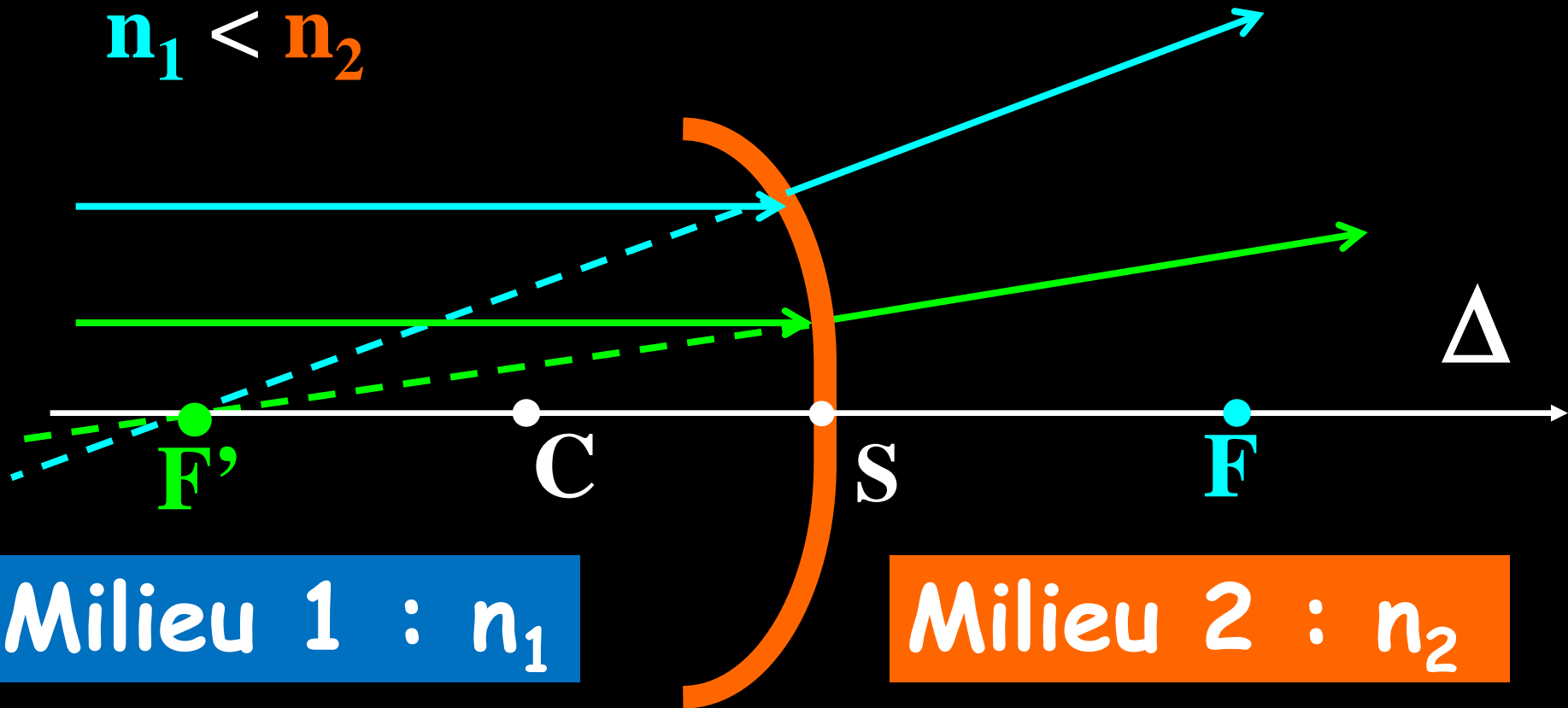
F et F' sont réels

Dioptre sphérique convergent

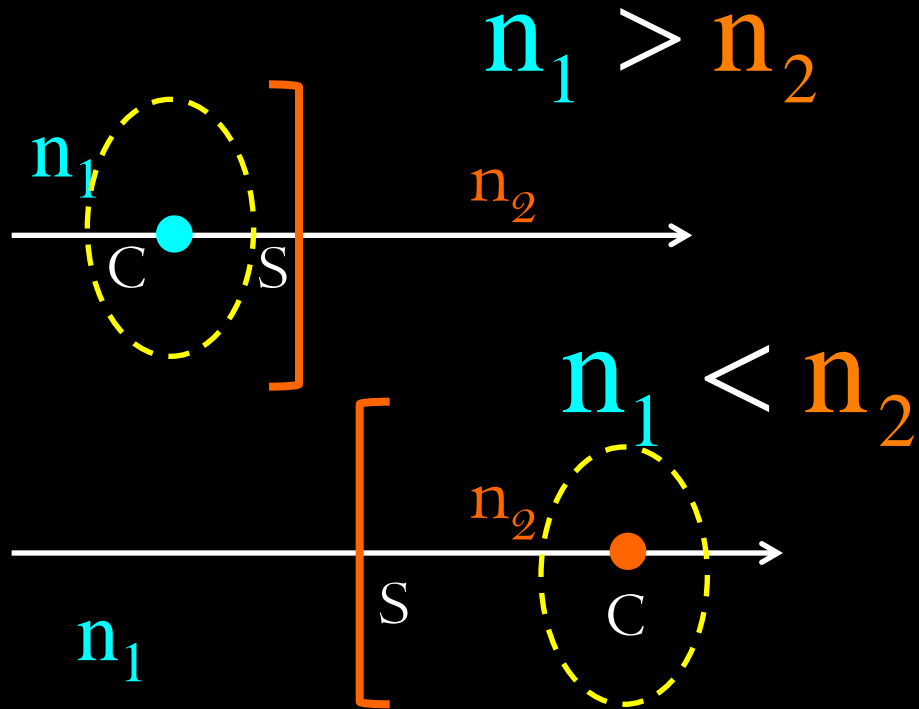
Dioptre sphérique divergent

\mathcal{F} et \mathcal{F}' sont virtuels

$$n_1 < n_2$$



Le centre C d'un **dioptre sphérique convergent** est situé dans le milieu le plus réfringent (indice de réfraction le plus grand).



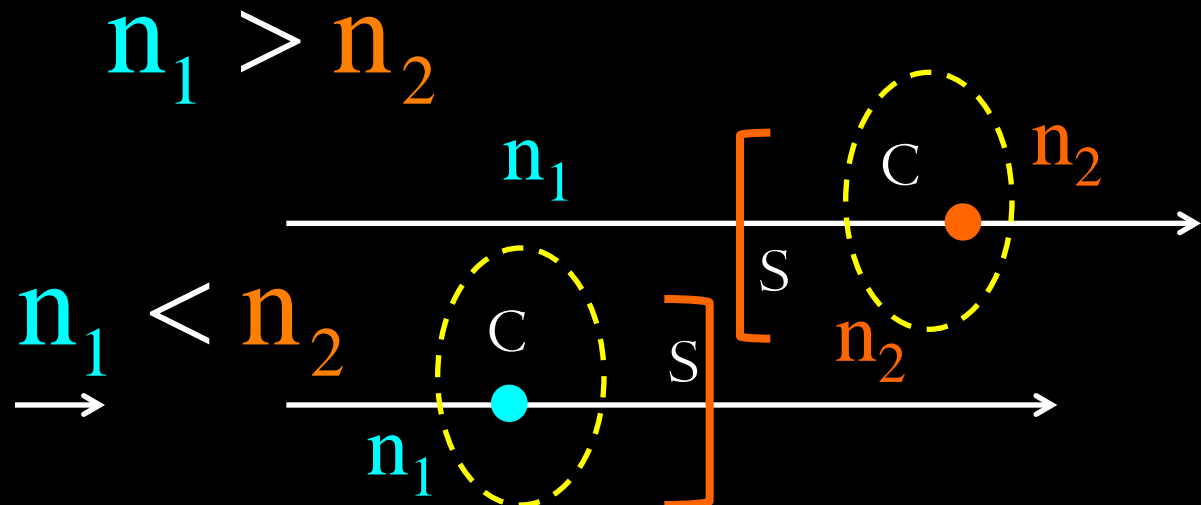
Remarque

convergent

En revanche, le centre C d'un **dioptre sphérique divergent** est situé dans le milieu moins réfringent (indice de réfraction le plus grand).

Remarque

divergent



Autres relations de conjugaison

Formule de Newton

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$$

Divisons les 2 membres de l'égalité par $(n_2 - n_1) / SC$

$$f' = \frac{n_2 \cdot SC}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{SA'} + \frac{-n_1 \cdot SC}{n_2 - n_1} \cdot \frac{1}{SA} = 1$$

$$\mathcal{D}(S, C, n_1, n_2) : A \rightarrow A'$$

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1 \cdot \overline{SC}}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \cdot \overline{SC}$$

D'où :

$$\frac{f'}{SA'} + \frac{f}{SA} = 1$$

On prend une double origine aux foyers et posons :

$$\overline{FA} = x_1, \quad \overline{F'A'} = x_2, \quad \Rightarrow$$

$$\frac{f'}{\overline{SA'}} + \frac{f}{\overline{SA}} = 1$$

$$p_1 = \overline{SA} = \overline{SF} + \overline{FA} = f + x_1$$

Relation de Chasles

Relation de Chasles

$$p_2 = \overline{SA'} = \overline{SF'} + \overline{F'A'} = f' + x_2$$

$$\frac{f}{p_1} + \frac{f'}{p_2} = 1$$

$$\frac{f}{f + x_1} + \frac{f'}{f' + x_2} = 1$$

$$\frac{f}{f + x_1} + \frac{f'}{f' + x_2} = 1 \quad \overline{FA} = x_1, \quad \overline{F'A'} = x_2, \quad \Rightarrow$$

Après tout calcul fait on a :

$$(f) \cdot (f' + x_2) + (f') \cdot (f + x_1) = (f + x_1) \cdot (f' + x_2)$$

$$\cancel{f \cdot f'} + \cancel{f \cdot x_2} + \cancel{f' \cdot f} + \cancel{f' \cdot x_1} = \cancel{f \cdot f'} + \cancel{f \cdot x_2} + \cancel{f' \cdot x_1} + x_1 \cdot x_2$$

Formule de **Newton**

(double origine aux foyers)

$$x_1 \cdot x_2 = f \cdot f'$$

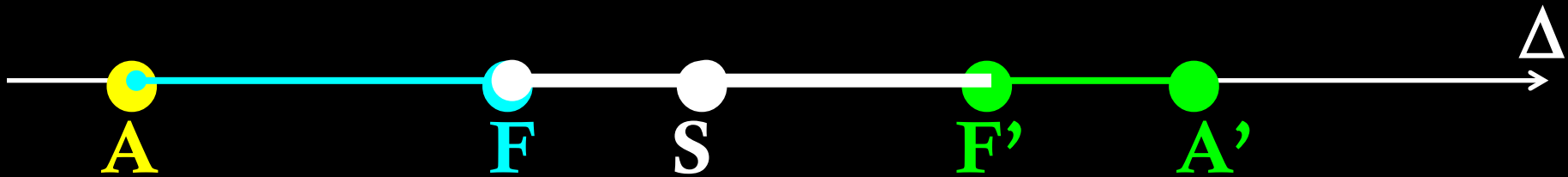
$$x_1 \cdot x_2 = f \cdot f' \Leftrightarrow \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FS} \cdot \overline{F'S}$$

Formule de Newton (double origine aux foyers)

$$\overline{FA} = x_1, \quad \overline{F'A'} = x_2, \quad \overline{SF} = f, \quad \overline{SF'} = f'$$

$$x_1 \cdot x_2 = f \cdot f' \Leftrightarrow \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{SF} \cdot \overline{SF'}$$

x_1 et x_2 sont toujours de signes contraires



Formule de Newton

Cette formule se généralise à un ensemble de dioptries formant un **systeme centré**.