Chapitre 4 La réfraction de la lumière : Dioptres plan et sphérique

I – Le dioptre plan

I-1- Construction géométrique – Recherche du stigmatisme
I-2- Stigmatisme approché – Relation de conjugaison
I-3- Nature des images

II – La lame à faces parallèles

(voir TD N° 3)

III – Le prisme

(voir TD N° 3)

IV – Le dioptre sphérique

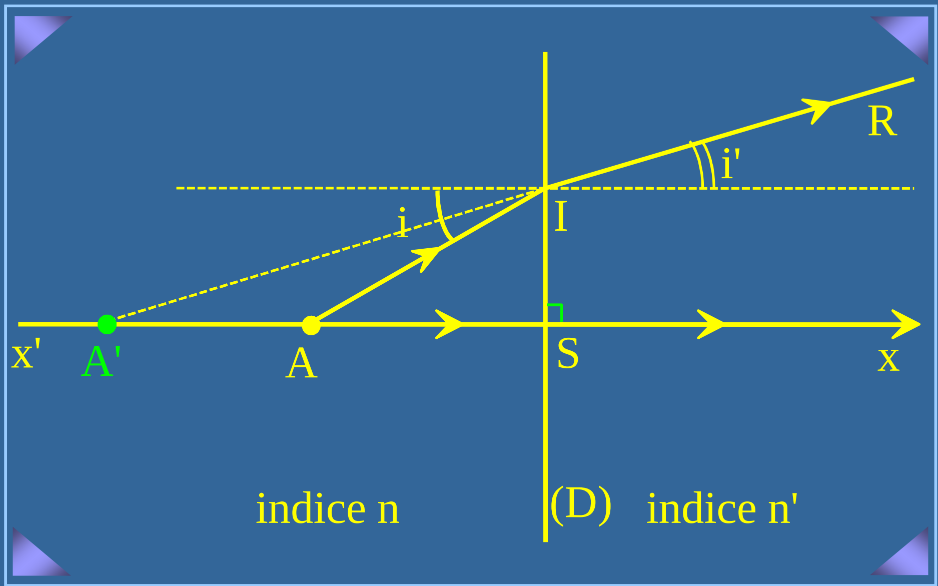
IV-1- Généralités
IV-2- Recherche du stigmatisme
IV-3- Grandissement
IV-4- Points et plans focaux
IV-5- Formule de Newton
IV-6- La vergence d'un dioptre
IV-7- Représentation dans les conditions de Gauss

« La réfraction de la lumière peut se définir comme le changement de direction d'un rayon incident quand ce dernier passe d'un milieu transparent et homogène d'indice n à un autre milieu homogène et transparent d'indice différent n' »

I – Le dioptre plan

Un dioptre plan est une surface plane séparant deux milieux homogènes transparents d'indice différents

I-1- Construction géométrique – Recherche du stigmatisme



- Soit (D) la surface de séparation de deux milieux homogènes et isotropes, d'indices respectifs n et n'.

- Soient A un point lumineux situé dans le premier milieu et x'x la normale à (D) passant par A et S.

- Un rayon incident quelconque AI donne un rayon réfracté IR dans le plan d'incidence (I, x'x) dont la position est définie par l'angle i' tel que :

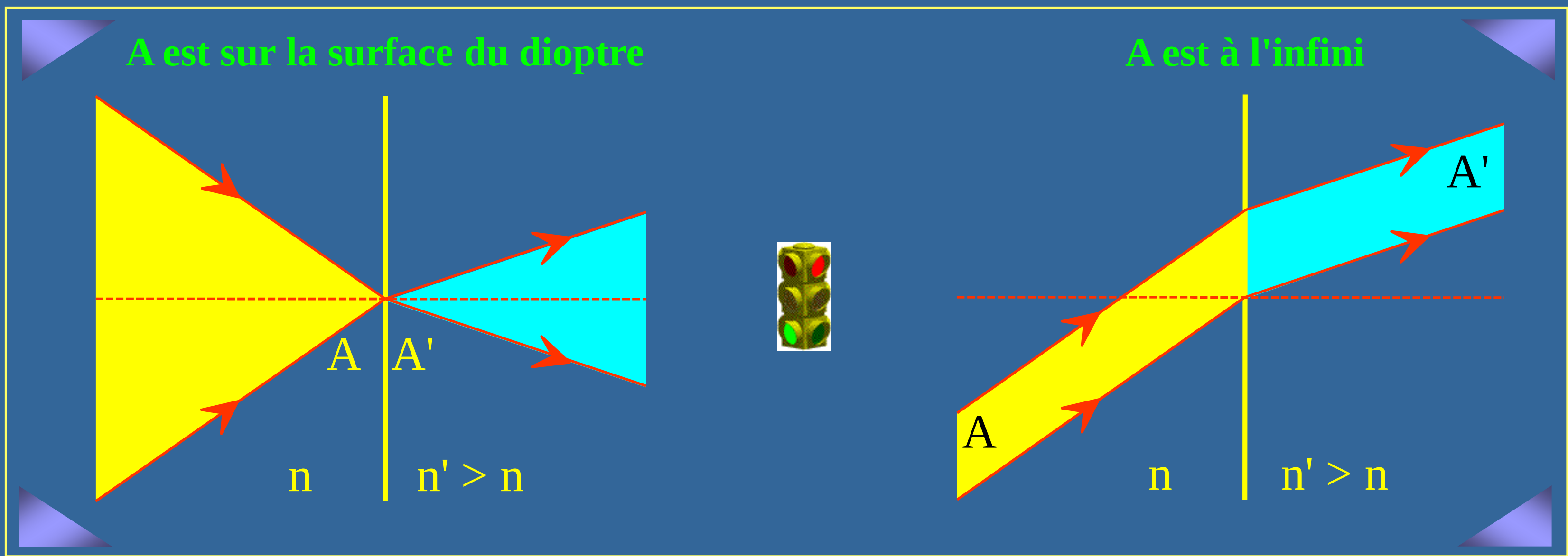
$$n' \sin i' = n \sin i$$

- Le rayon incident AS normal au dioptre le traverse sans déviation
- Les deux rayons émergents IR et Sx se coupent en A'
- Pour qu'il y ait stigmatisme il faudrait que A' ne varie pas avec l'inclinaison du rayon AI

☞ $$\boxed{SI = SA \tan i = SA' \tan i' \quad \text{donc} \quad \overline{SA'} = \overline{SA}\,\frac{\tan i}{\tan i'}}$$

Quand i varie, i' varie dans le même sens, le rapport des sinus de ces deux angles restant constant mais le rapport de leurs tangentes ne reste pas constant donc A' varie.

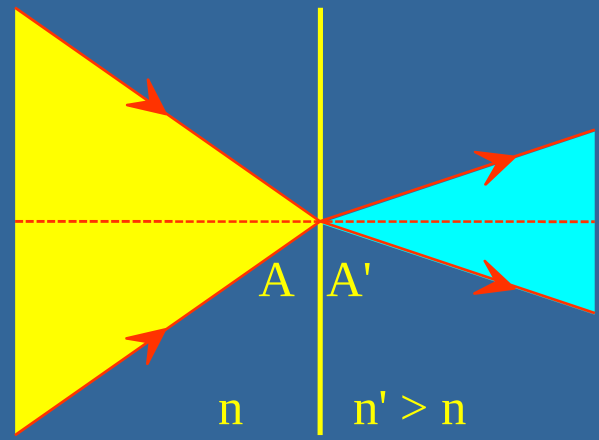
Il n'y a pas stigmatisme pour un point A quelconque sauf dans deux cas particuliers :



a) A est sur la surface du dioptre

- Si SA = 0, SA' = 0: tout point de la surface réfractante est à lui-même son image

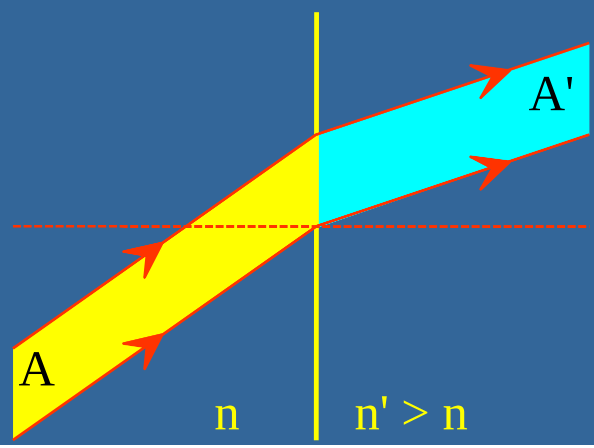
- Un faisceau conique convergent de sommet A donne un faisceau divergent de même sommet mais d'ouverture différente



b) A est à l'infini

-Tous les rayons incidents provenant d'un point A à l'infini sont parallèles et donnent des rayons réfléchis également parallèles entre eux

- L'image A' est donc aussi à l'infini mais dans une direction en général différente



I-2- Stigmatisme approché : Relation de conjugaison des dioptres plans

La relation précédente peut s'écrire :

$$\overline{SA'} = \overline{SA}\,\frac{n'\cos i'}{n\cos i}$$

et devient, au 2ème ordre près lorsque les angles sont faibles (Approximation de Gauss) :

$$\overline{SA'} = \overline{SA}\,\frac{n'}{n}$$

- Dans ces conditions, tous les rayons issus de A passent par A'

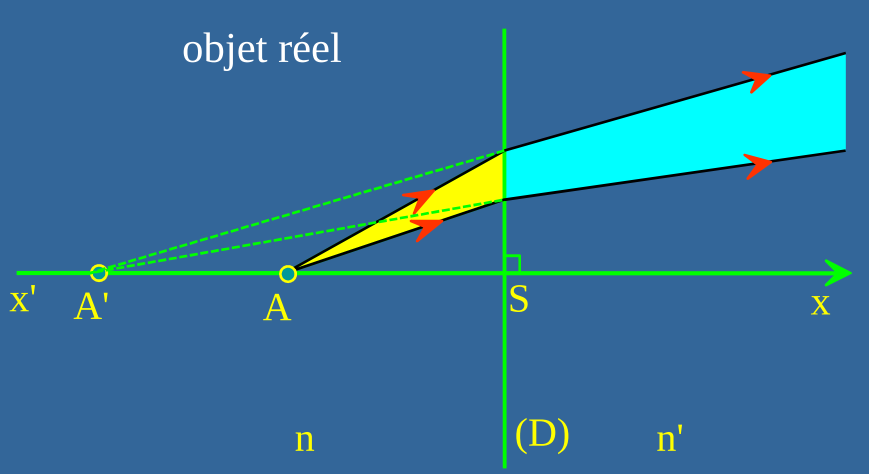
- Il y a stigmatisme approché pour tout point à distance finie qui n'envoie sur la surface du dioptre qu'un faisceau de rayons peu inclinés par rapport à la normale

$$\frac{\overline{SA'}}{n'} = \frac{\overline{SA}}{n}$$

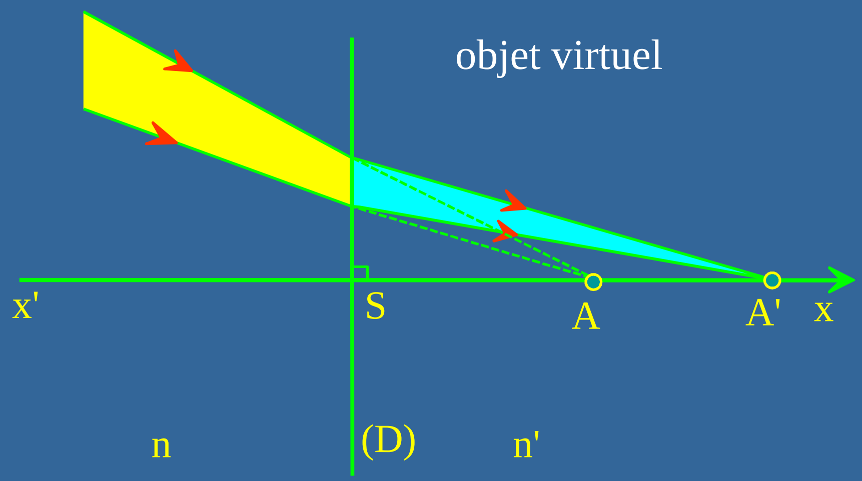
Relation de conjugaison des dioptres plans dans les conditions d’approximation de Gauss

I-3- Nature des images

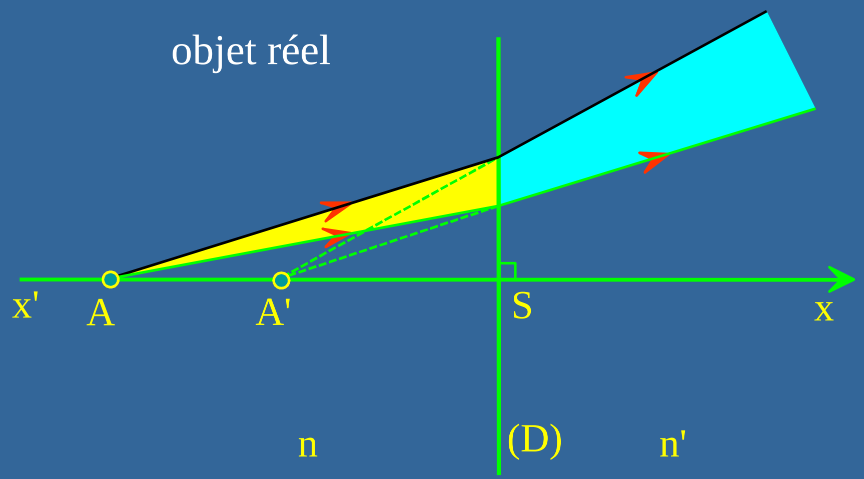
a) Image d’un point objet :



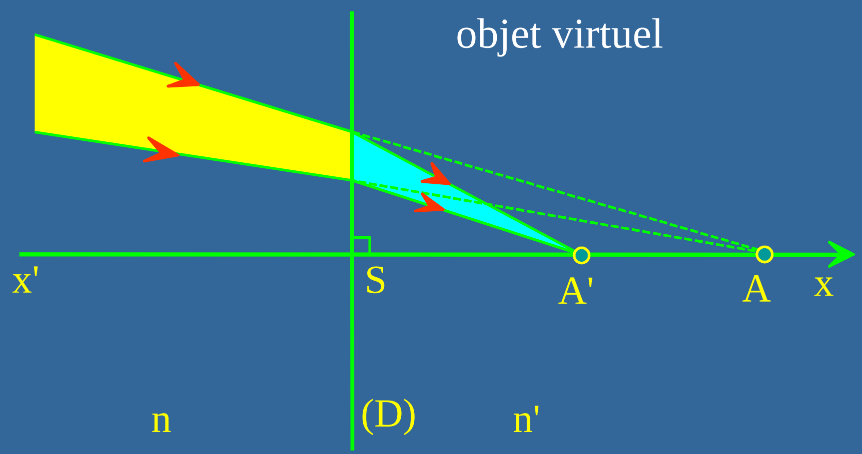
L'image A' est virtuelle, SA' > SA



L'image A' est réelle, SA' > SA.

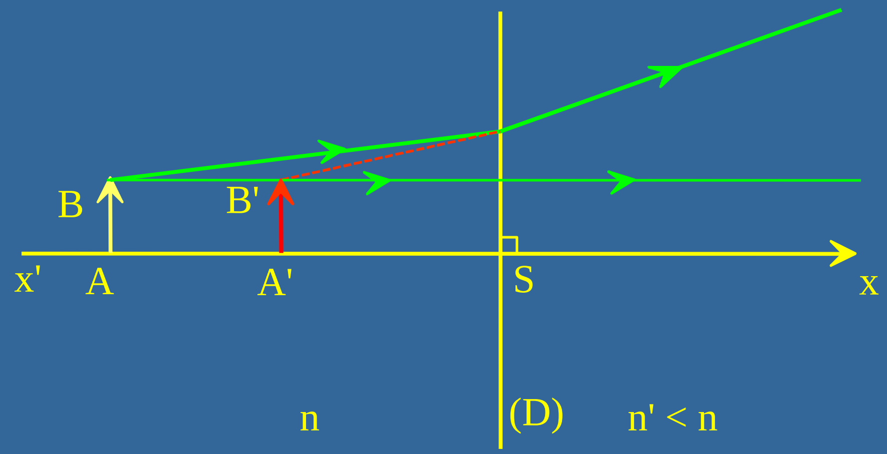


L'image A' est virtuelle, SA' < SA



L'image A' est réelle, SA' < SA.

b) Image d'un objet // au dioptre :



- Les points A et B étant à la même distance du dioptre, leurs images A' et B' le sont également

- L'image A'B' a même orientation que l'objet AB et même dimension :

$$\overline{A'B'} = \overline{AB}$$

Le grandissement transversal γ défini par

$$\gamma = \frac{\text{hauteur de A'B'}}{\text{hauteur de AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

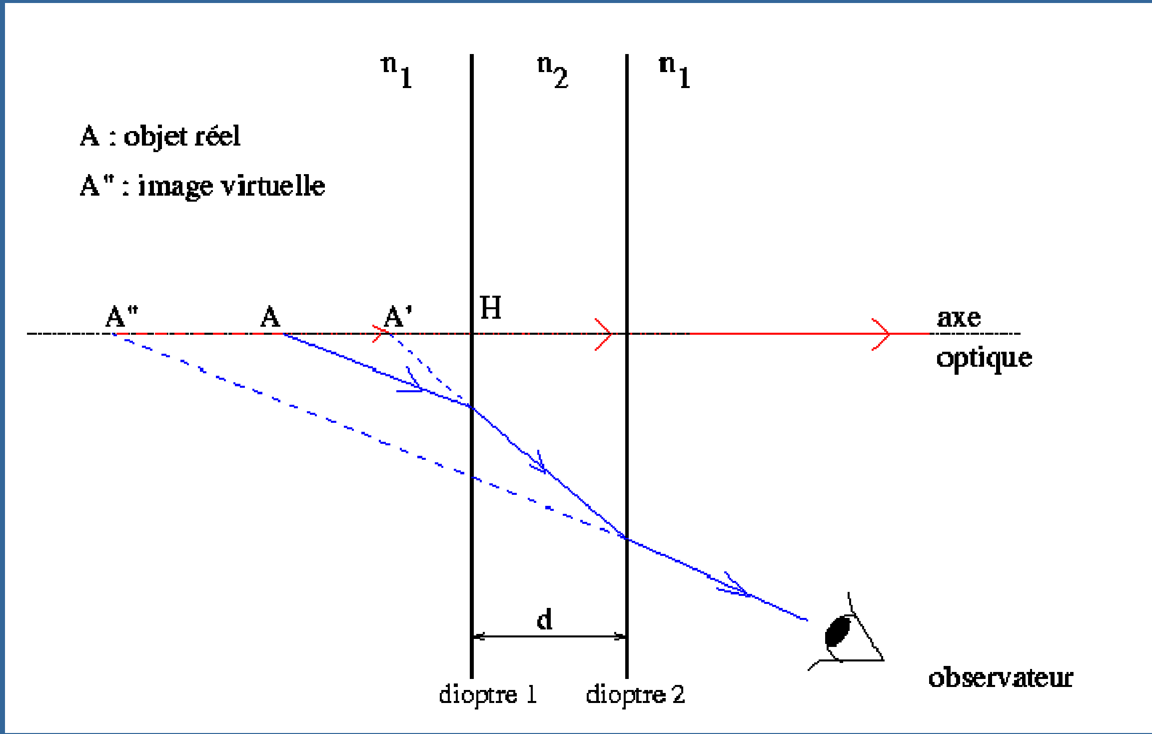
est donc égal à 1 $\quad \gamma = 1$

Applications:

- Lame à faces parallèles

$$d = e\frac{\sin(i_1 - r)}{\cos r}$$

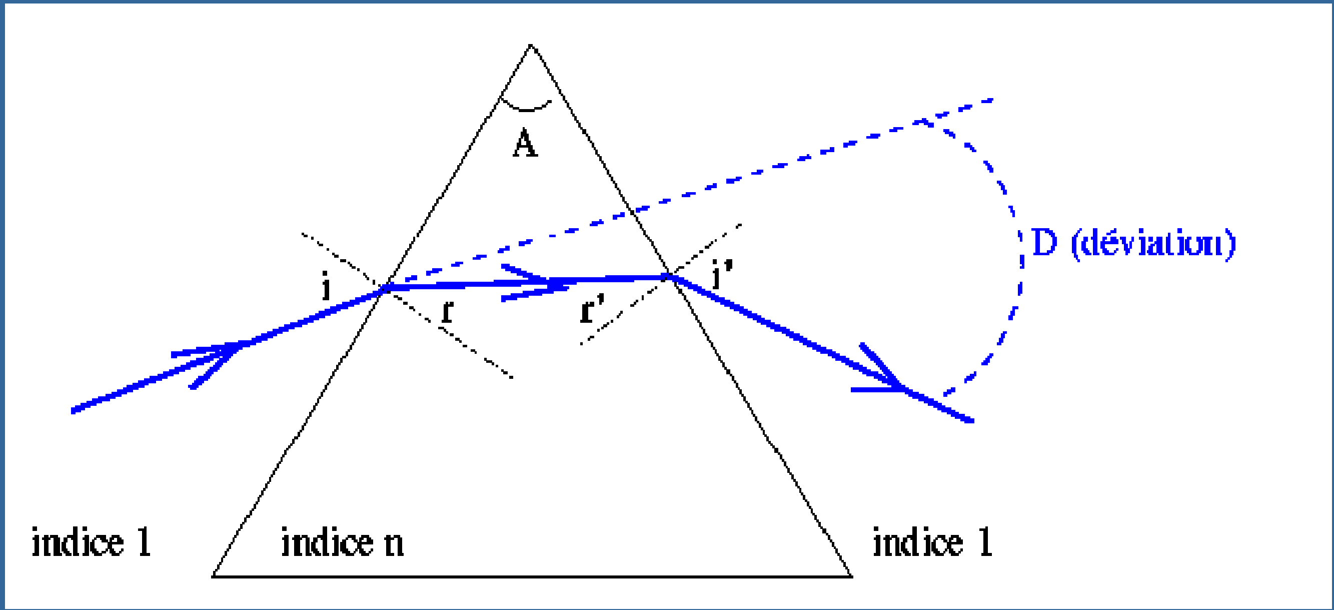
$$AA^{"} = d\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$$



- Prisme

$$r + r' = A$$
$$D = i + i' - A$$

$$n = \frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$



IV – Le dioptre sphérique

IV-1- Généralités

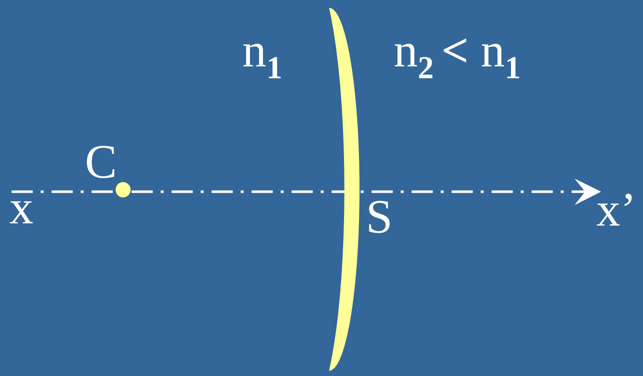
- Un dioptre sphérique est constitué par l'association de deux milieux transparents et homogènes d'indices différents telle que la surface de séparation est sphérique.

- Un dioptre sphérique est caractérisé par un centre C, un sommet S, un rayon R = SC et un axe principal porté par l'axe (SC).

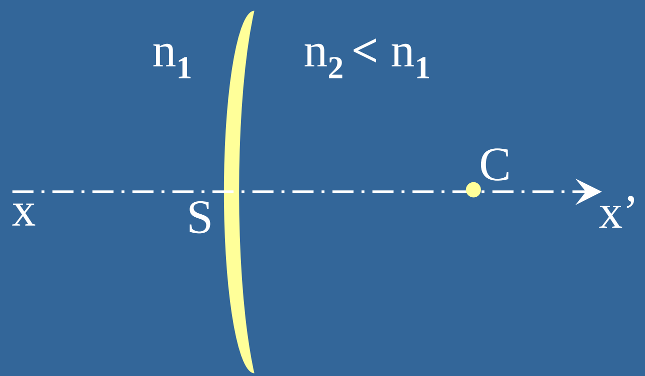
On distingue :

a) Dioptre sphérique convergent, caractérisé par un centre C se trouvant dans le milieu le plus réfringent (n le plus élevé)

b) Dioptre sphérique divergent, caractérisé par un centre C se trouvant dans le milieu le moins réfringent (n le moins élevé)



a) Dioptre convergent

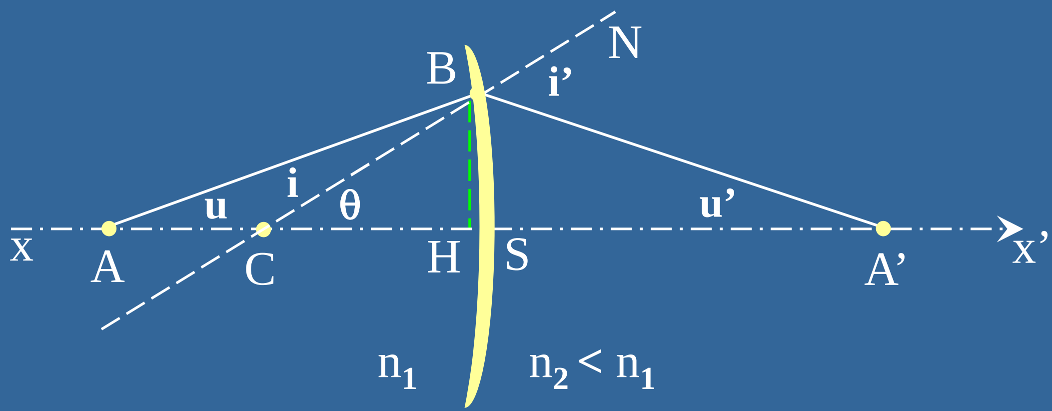


b) Dioptre divergent

IV-2- Recherche de stigmatisme

a) Stigmatisme rigoureux

On considère un dioptre sphérique convergent. Un objet A est placé sur l'axe optique devant la face d'entrée de ce dioptre. Construisons l'image A' de A à travers le dioptre (on considère que n > n').



Cherchons si l'image A' de A ne dépend pas de la direction du rayon incident ?

Nous avons : $\mathrm{tg}u = \dfrac{\overline{HB}}{\overline{AH}}$ $\quad \mathrm{tg}u' = \dfrac{\overline{HB}}{\overline{HA'}}$ $\quad \mathrm{tg}\theta = \dfrac{\overline{HB}}{\overline{CH}}$

dans le triangle (ABC) : $(\pi-\theta)+i+u=\pi \Rightarrow i=\theta-u \quad (1)$

dans le triangle (A'BC): $(\pi-i')+u'+\theta=\pi \Rightarrow i'=u'+\theta \quad (2)$

On remarque que la position A' est fonction de u' et que u' est fonction de i' et i' est lui même fonction de i donc on conclut qu'on ne peut pas avoir de stigmatisme rigoureux sauf si le point A est au centre C ou sur le surface du dioptre.

b) Stigmatisme approché – formule de conjugaison

On se place dans les conditions d'approximation de Gauss pour lesquelles les angles d'incidences sont petits. Dans ces conditions nous avons :

$$\operatorname{tg} u \# u \;;\; \operatorname{tg} \theta \# \theta \text{ et } \operatorname{tg} u' \# u'$$

et puisque $i = \theta - u$ alors : $i = (HB/CH) - (HB/AH)$

et puisque $i' = \theta + u'$ alors : $i' = (HB/CH) + (HB/HA')$

or la loi de Descartes donne : $n \sin i = n' \sin i'$ càd $n\, i \# n'\, i'$

donc : $n\,(HB/CH) - n\,(HB/AH) = n'\,(HB/CH) + n\,(HB/HA')$

et comme H # S alors on obtient :

$$n\,(1/CS) - n\,(1/AS) = n'\,(1/CS) + n'(1/SA')$$

$$n'\,(1/SC) - n\,(1/SC) = n'\,(1/SA') - n\,(1/SA)$$

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{(n - n')}{\overline{SC}}$$

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{(n - n')}{\overline{SC}}$$

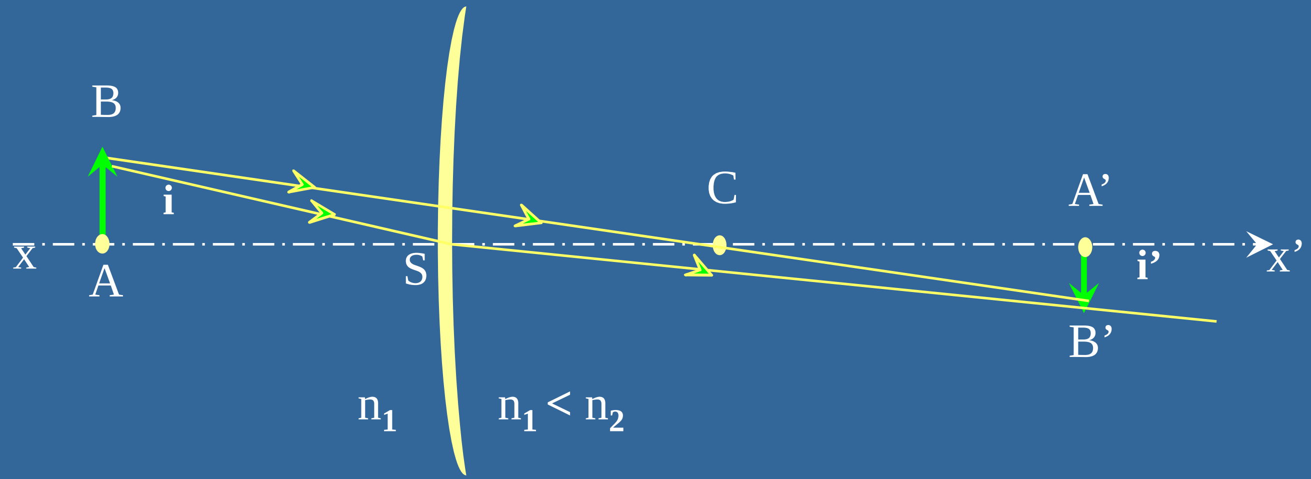
Relation de conjugaison des dioptres sphériques dans les conditions d'approximation de Gauss avec origine au sommet S.

On peut aussi écrire une autre relation de conjugaison des dioptres sphériques avec origine au centre C :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = \frac{(n - n')}{\overline{CS}}$$

IV-3- Grandissement linéaire

Considérons un objet AB réel situé sur l'axe principal d'un dioptre sphérique convergent de sommet S et de centre C. L'image A'B' est réelle et renversée comme on le voit sur la figure ci-dessous :



Pour le calcul du grandissement Γ = A'B'/AB

On utilise tg i = AB/AS et tg i' = A'B'/A'S

Nous avons aussi : n. sin i = n' sin i' et dans le cas ou les angles sont petits on aura :

n.AB/AS = n'.A'B'/A'S

donc :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \qquad \text{ou} \qquad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

IV-4- Points et plans focaux

a) foyers objet et image

Le foyer objet F est un point de l'axe optique dont l'image est à l'infini. A partir de la relation de conjugaison définie plus haut on peut écrire :

$$A'(\infty) \Rightarrow \overline{SA'} \to \infty \qquad \frac{n}{\overline{SF}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}} \qquad \overline{SF} = \frac{n}{(n-n')}\overline{SC} = f$$

Le foyer image F' est un point de l'axe optique qui est l'image d'un point à l'infini. A partir de la relation de conjugaison définie plus haut on peut écrire :

$$A(\infty) \Rightarrow \overline{SA} \to \infty \qquad -\frac{n'}{\overline{SF'}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}} \qquad \overline{SF'} = \frac{n'}{(n'-n)}\overline{SC} = f'$$

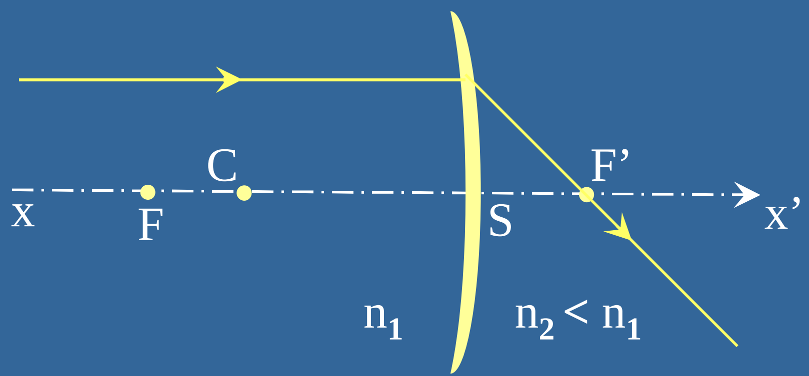
En éliminant SC entre les deux relations nous pouvons déduire :

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$$

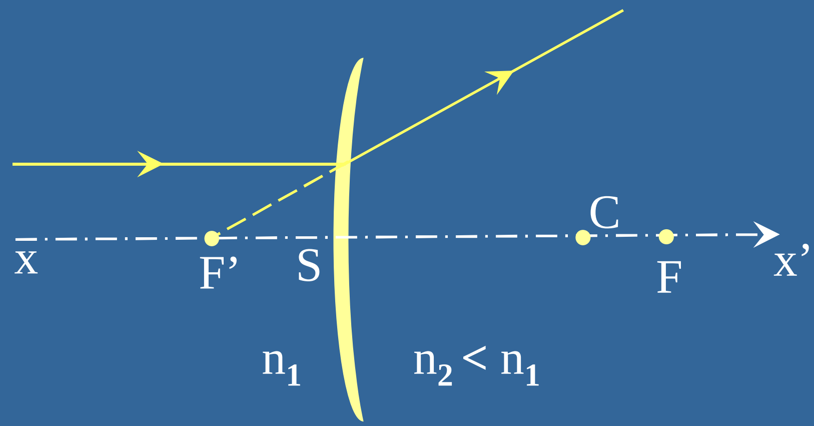
Nous avons n et n' sont > o alors f et f ' sont toujours de signes contraires. Les foyers objet et image sont toujours de part et d'autre du sommet S du dioptre.

Remarques :

- Un dioptre sphérique est dit convergent si sa distance focale image f ' est positive.
- Un dioptre sphérique est dit divergent si sa distance focale image f ' est négative.



a) Dioptre convergent

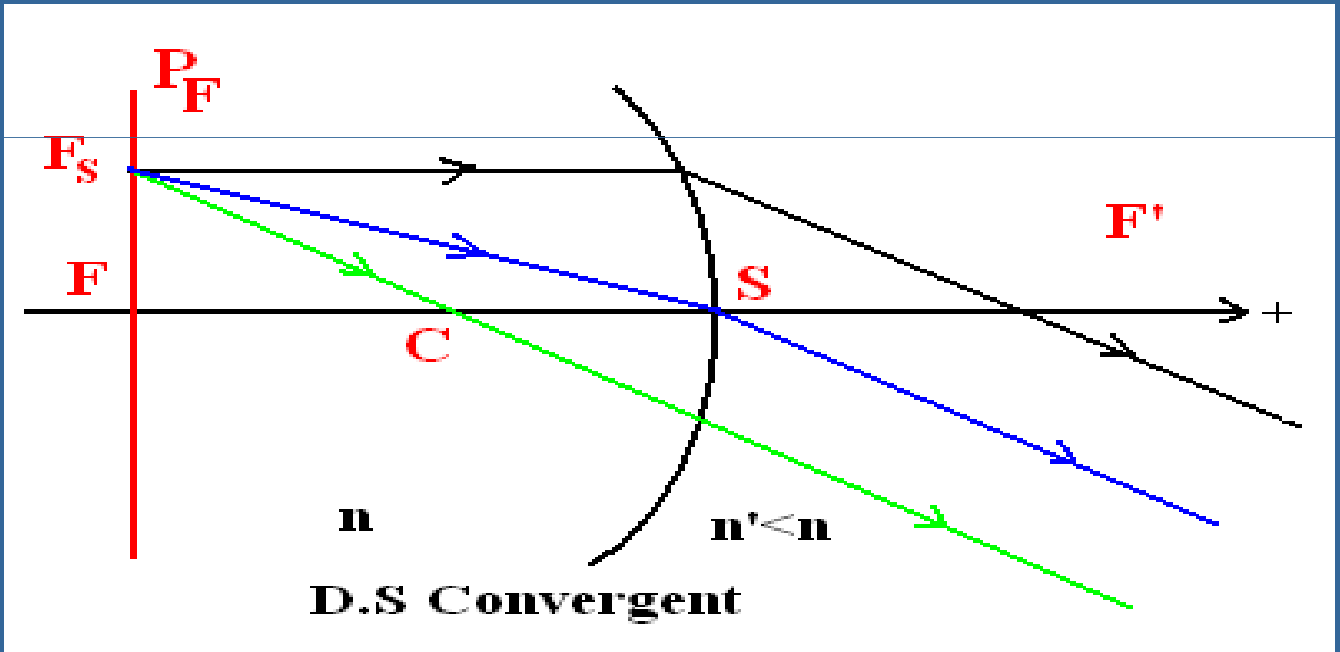


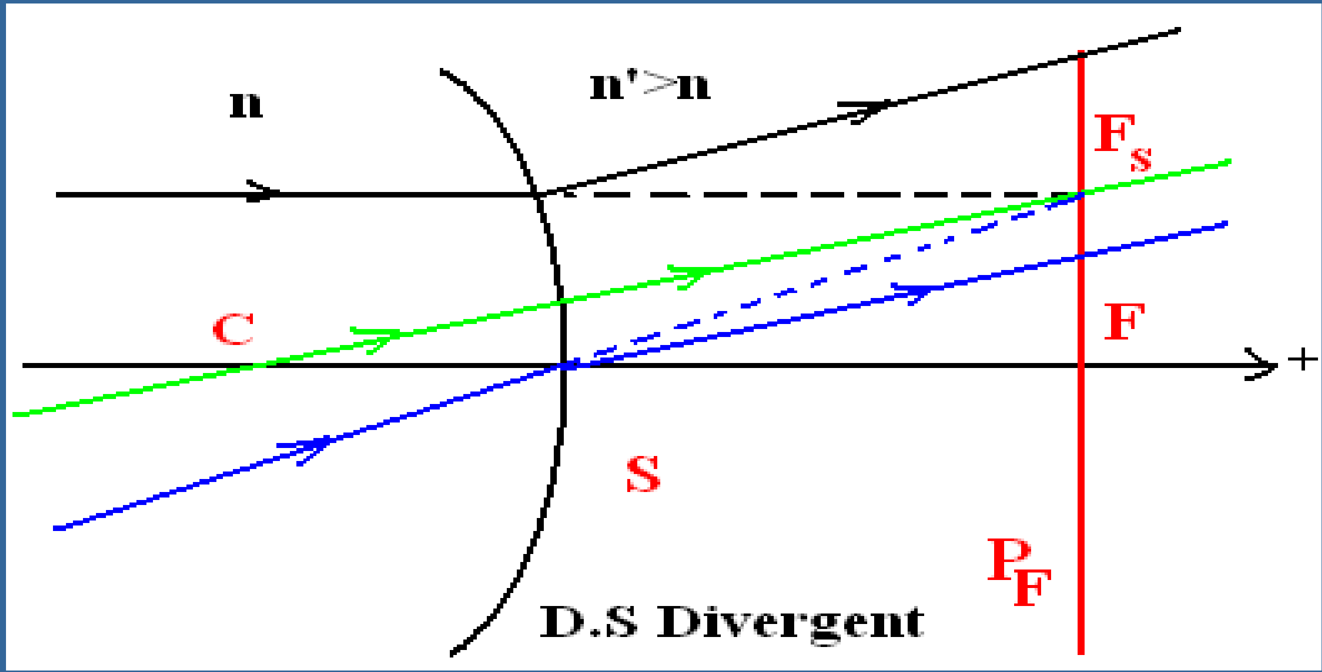
b) Dioptre divergent

a) Plans focaux objet et image

Ce sont des plans perpendiculaires à l'axe principale et passant par les points foyers objet et image respectivement on les notes P_F et $P_{F'}$.

i) Propriété du plan focal objet :





Propriétés:

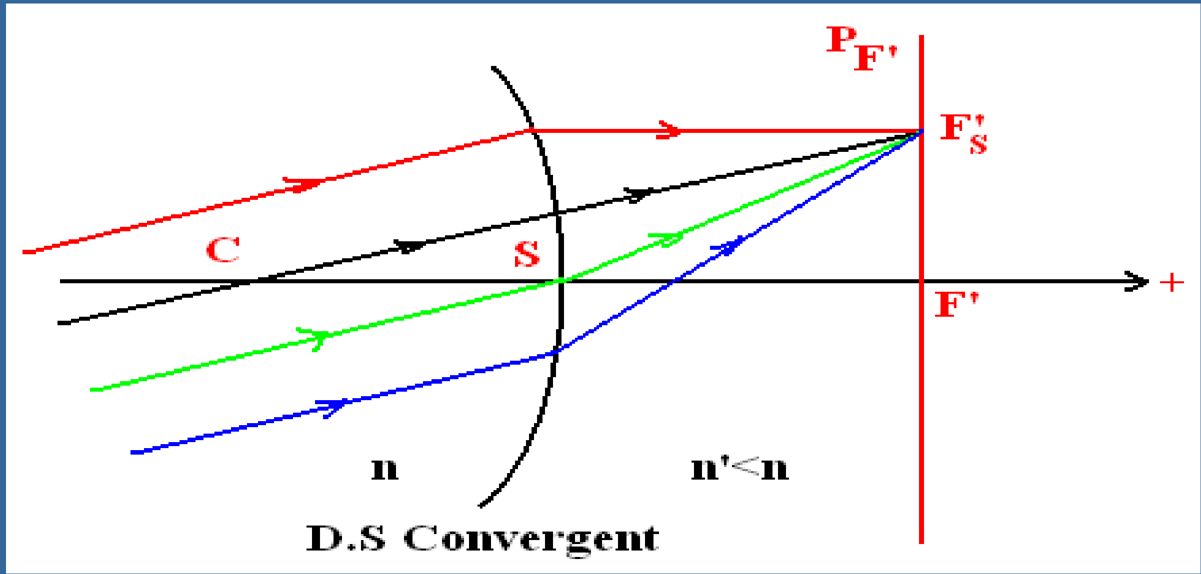
-Tous les rayons incidents passant (semblent passer) par F_S appartenant à P_F émergerons parallèlement à CF_S. F_S est appelé foyer objet secondaire.

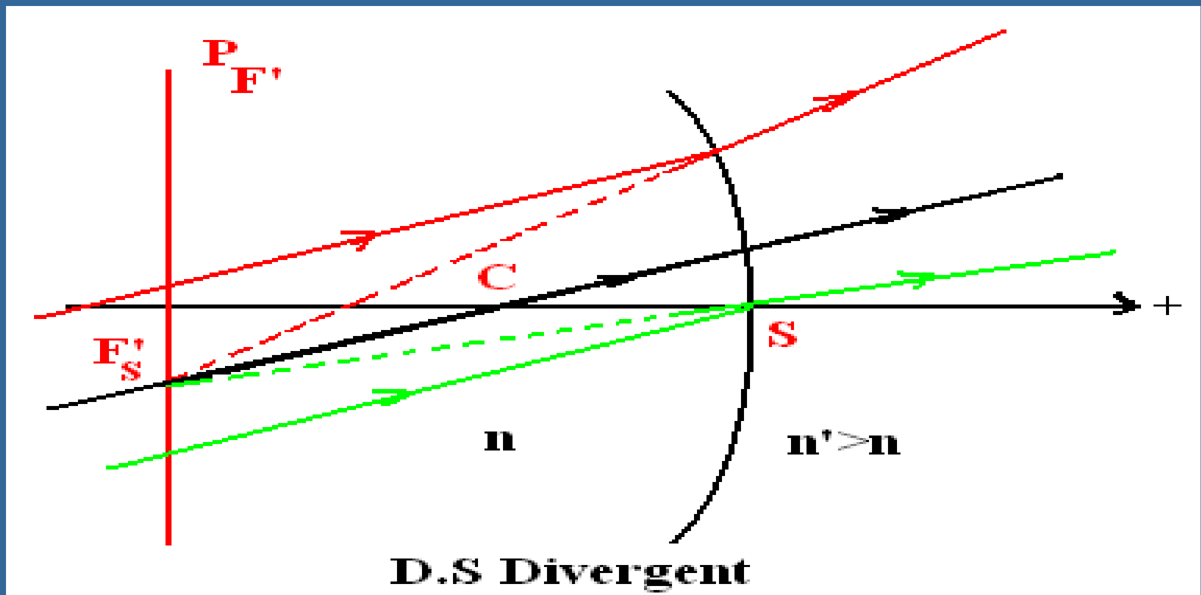
- l'image du foyer secondaire F_S est à l'infini dans la direction de l'axe secondaire CF_S

Remarque:

- Tout point de P_F est un foyer objet secondaire.
- Tout axe passant par C et F_S est un axe secondaire.

ii) Propriété du plan focal image :





Propriétés:

-Tous les rayons incident parallèlement à CF'_S émergent (semblent émerger) par F'_S appartenant à $P_{F'}$. F'_S est appelé foyer image secondaire.

- Le foyer image secondaire F'_S est l'image d'un point situé à l'infini dans la direction de l'axe secondaire CF'_S.

Remarque: -Tout point de $P_{F'}$ est un foyer image secondaire.

- Tout axe passant par C et F'_S est un axe secondaire.

IV-5- Formule de Newton

A partir de la relation de conjugaison des dioptres sphériques avec origine au sommet S :

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{(n-n')}{\overline{SC}}$$

Si on multiplie par $\frac{\overline{SC}}{(n-n')}$ les deux membres de l'expression ci-dessus, on obtient la formule de Newton qui s'écrit :

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = f.f'$$

IV-6- La vergence d'un dioptre sphérique

La vergence d'un point objet (image) est le produit de l'indice du milieu par l'inverse de la mesure algébrique, à partir du sommet de la position de l'objet (image). L'unité de la vergence est la dioptrie δ# m^{-1}

- Pour un objet nous avons la vergence de l'objet

$$V_A = \frac{n}{\overline{SA}} \quad \text{dioptrie}$$

- Pour une image nous avons la vergence de l'image

$$V_{A'} = \frac{n'}{\overline{SA'}} \quad \text{dioptrie}$$

- Pour un dioptre nous avons la vergence du dioptre sphérique est:

$$V_D = \frac{n'-n}{\overline{SC}} = V_{A'} - V_A \quad \text{dioptrie}$$