

## Chapitre 5 Les systèmes centrés - Doublet de lentilles

### I – Généralités

- I-1- Définition
- I-2- Exemples
- I-3- Stigmatisme des systèmes centrés

### II – Système centré dioptriques à foyers

- II-1- Définition
- II-2- Plans principaux
- II-3- Construction d'image

### III –Systèmes centrés catadioptrique

- III-1-Définition
- III-2- Système centré équivalent

### IV - Association de deux systèmes dioptriques

### V – Les lentilles

- IV-1- Définitions
- IV-2- Lentilles épaisses
- IV-3- Lentilles minces
- IV-4- Les doublets



## I – Généralités :

Nous avons toujours considéré dans les chapitres précédents des systèmes optiques comme des surfaces **sphériques** ou **planes**, **réfringentes** ou **réfléchissantes**.

En réalité ces systèmes optiques sont le plus souvent une **association de plusieurs types de surfaces** ayant même axe principal. La formation des images à travers ces systèmes passe alors par plusieurs étapes intermédiaires.

### I-1- Définition :

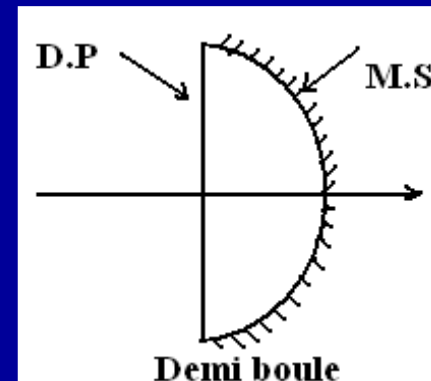
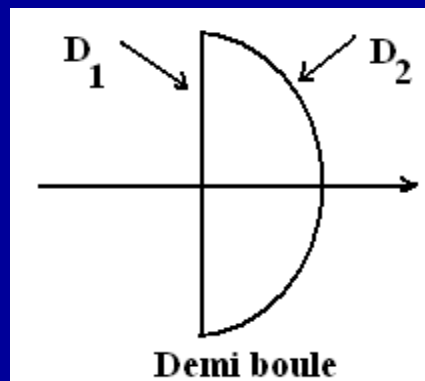
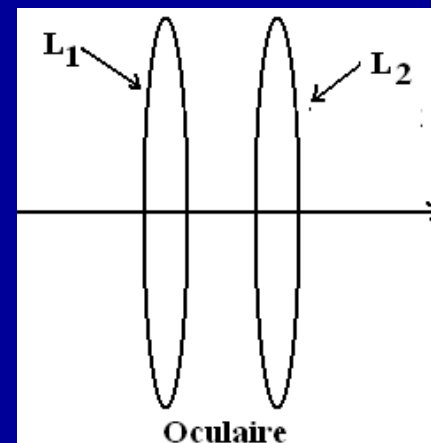
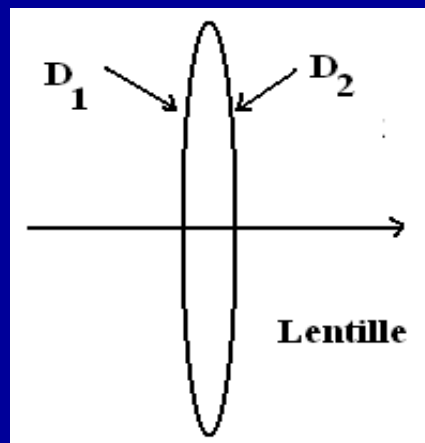
Un système centré est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces planes ou sphériques dont l'axe principal est celui de toutes les surfaces du système centré.

On distingue deux types de systèmes centrés :

- ♦ Systèmes dioptriques : composés uniquement de dioptres (plans ou sphériques)
- ♦ Systèmes catadioptriques : composés de dioptres et des miroirs.

## I-2- Exemples :

- Une lentille est une association de deux dioptries sphériques
- Une  $\frac{1}{2}$  boule est une association d'un dioptre plan et d'un dioptre sphérique
- Un oculaire est une association de deux lentilles
- Une  $\frac{1}{2}$  boule argentée sur sa face sphérique extérieure est une association d'un dioptre plan et d'un miroir sphérique concave.



### I-3- Stigmatisme des systèmes centrés :

Il serait bien difficile de parler d'un stigmatisme parfait dans le cas d'un système centré. Le stigmatisme approché peut se réaliser en considérant les systèmes centrés dans les conditions d'approximation de Gauss.

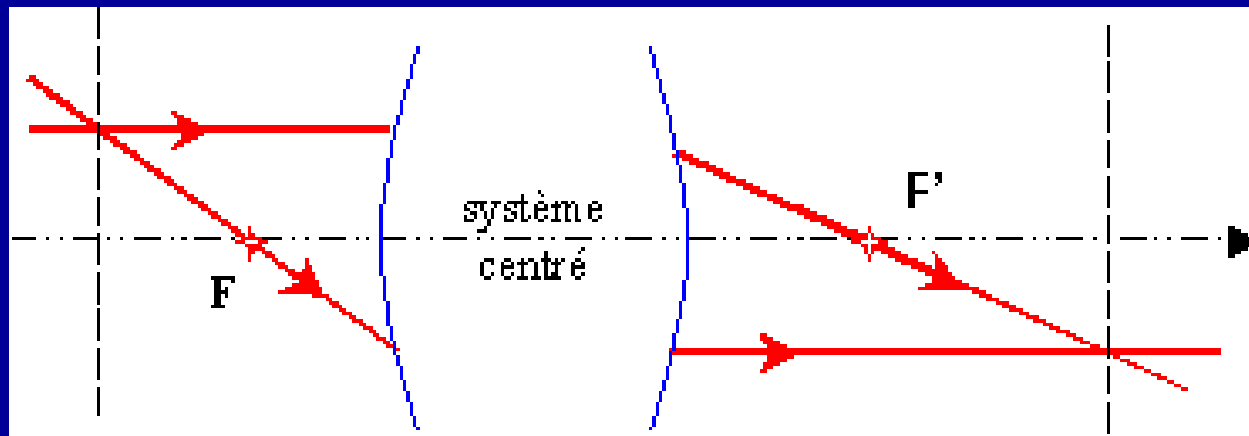
#### Propriétés:

- Correspondance plan à plan: Un objet plan de petite dimension perpendiculaire à l'axe optique aura une image plane et perpendiculaire à l'axe optique.
- Correspondance objet – image : à chaque plan objet correspond un plan image et un seul et réciproquement.

## II – Systèmes centrés dioptriques à foyers :

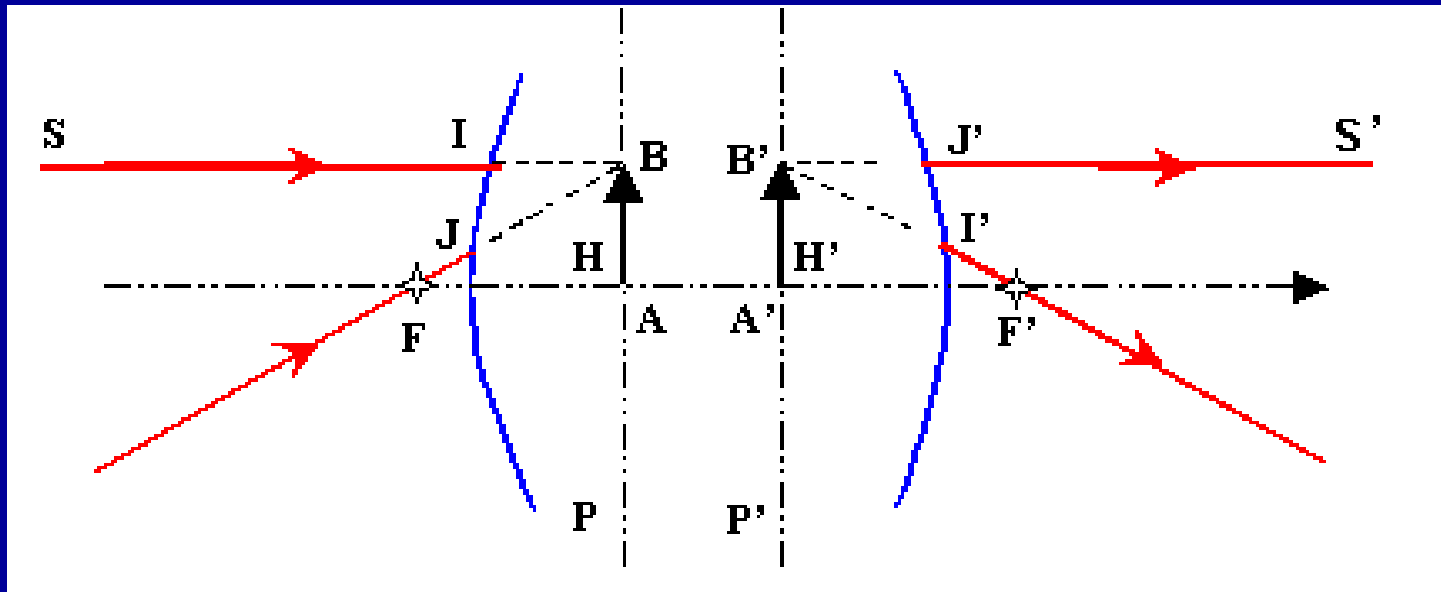
### II-1- Définition :

Un système est dit à foyer si ses foyers objet  $F$  et image  $F'$  ne sont pas rejetés à l'infini.



## II-2- Plans principaux :

Ce sont deux plans conjugués ( $P$ ) et ( $P'$ ) pour lesquels le grandissement linéaire est égale à 1. Un objet  $AB$  appartenant à ( $P$ ) aura une image  $A'B'$  appartenant à ( $P'$ ) et de même longueur que  $AB$ . ( $P$ ) et ( $P'$ ) sont appelés les plans principaux objet et image.



- Un rayon incident  $SI$  émerge par le foyer image  $F'$  du système centré.
- L'émergent  $J'S'$  // à l'axe principale correspond à l'incident  $FJ$  passant par le foyer image  $F$ .
- Le prolongement des 2 rayons  $SI$  et  $FJ$  donne le point objet virtuel  $B$ .
- Le prolongement des 2 rayons  $J'S'$  et  $F'I'$  donne le point image virtuel  $B'$ .

## a- Les plans principaux dans la construction géométrique

Plan principal objet (P) : lieu des points d'intersection des incidents passant par le foyer objet F avec les émergents correspondants parallèles à l'axe optique.

Plan principal image (P') : lieu des points d'intersection des incidents parallèles à l'axe optique avec les émergents correspondants passants par le foyer image F'.

Point principale objet H: C'est le point d'intersection du plan principal objet (P) avec l'axe principal

Point principale objet H': C'est le point d'intersection du plan principal image avec l'axe principal

On définit dans toute la suite:

♦ la distance focale objet f par:

$$f = \overline{HF}$$

♦ la distance focale image f' par:

$$f' = \overline{H'F'}$$

On appellera ainsi les points cardinaux d'un système centré l'ensembles des points:  
F, F', H et H' .

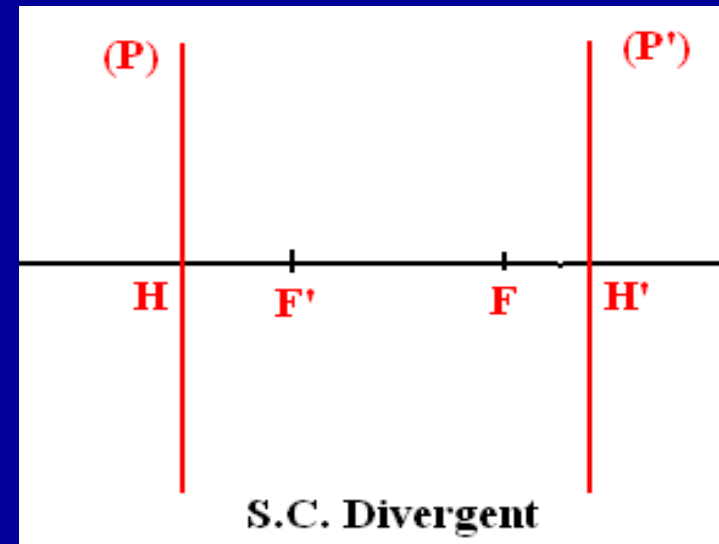
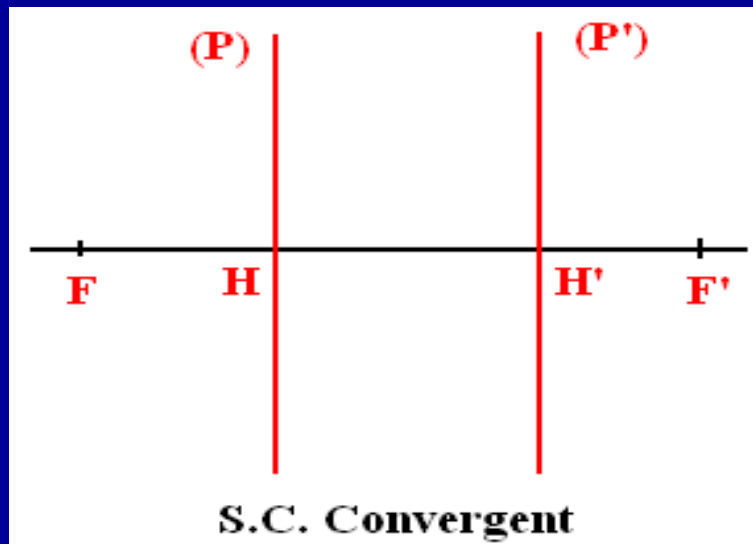
## b- Représentation des systèmes centrés:

Un système centré sera représenté uniquement par ses plans principaux (P) et (P') et ses foyers F et F'.

### Remarque:

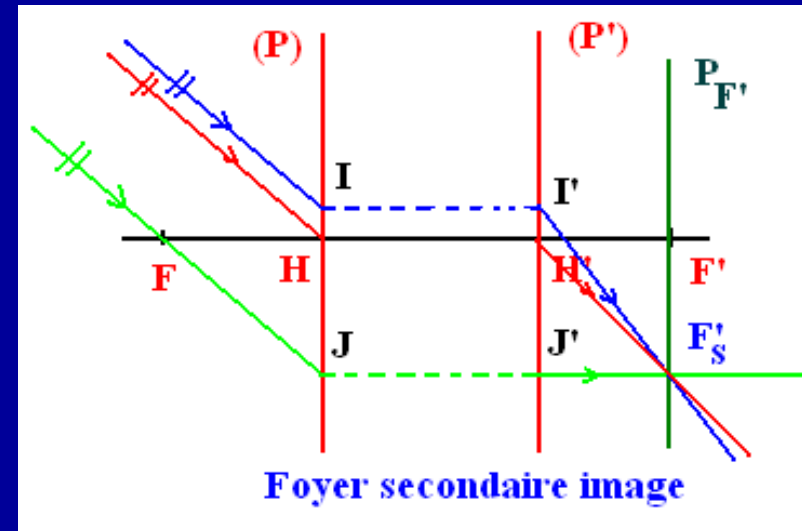
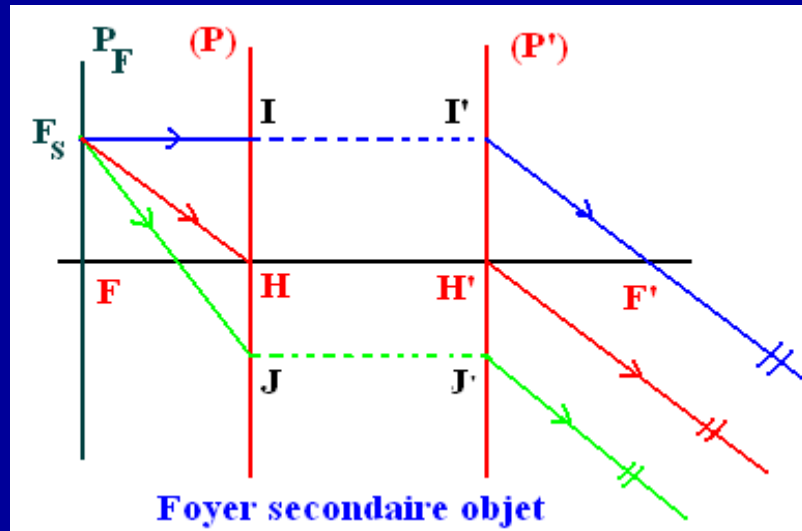
Il n'y a que deux possibilités pour les sens de  $\overline{HF}$  et  $\overline{H'F'}$

- Ou bien  $\overline{H'F'}$  a le sens de propagation de la lumière et donc  $\overline{HF}$  a le sens opposé, le système est donc dit **convergent**
- Ou bien  $\overline{H'F'}$  a le sens opposé au sens de propagation de la lumière et donc  $\overline{HF}$  a le sens de propagation de la lumière, le système est donc dit **divergent**

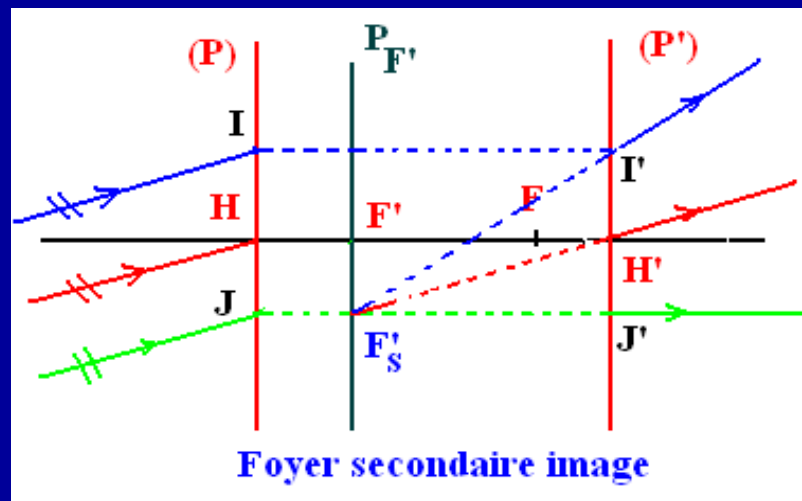
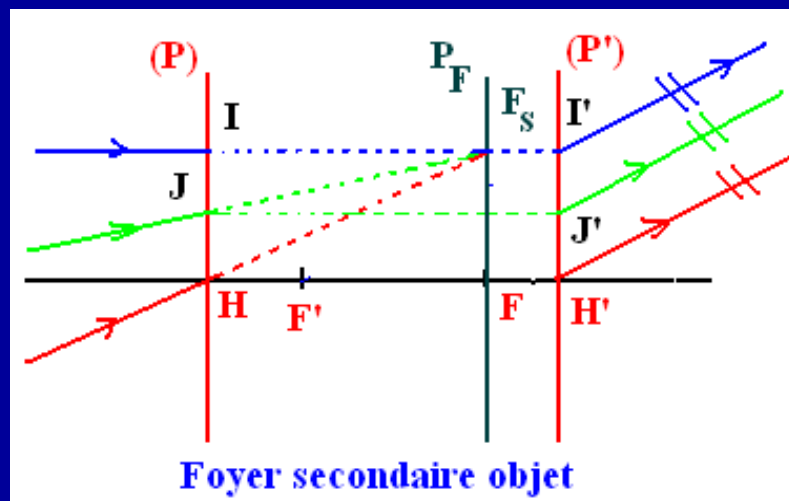


# c- Foyers secondaires objet et image:

## Système centré convergent



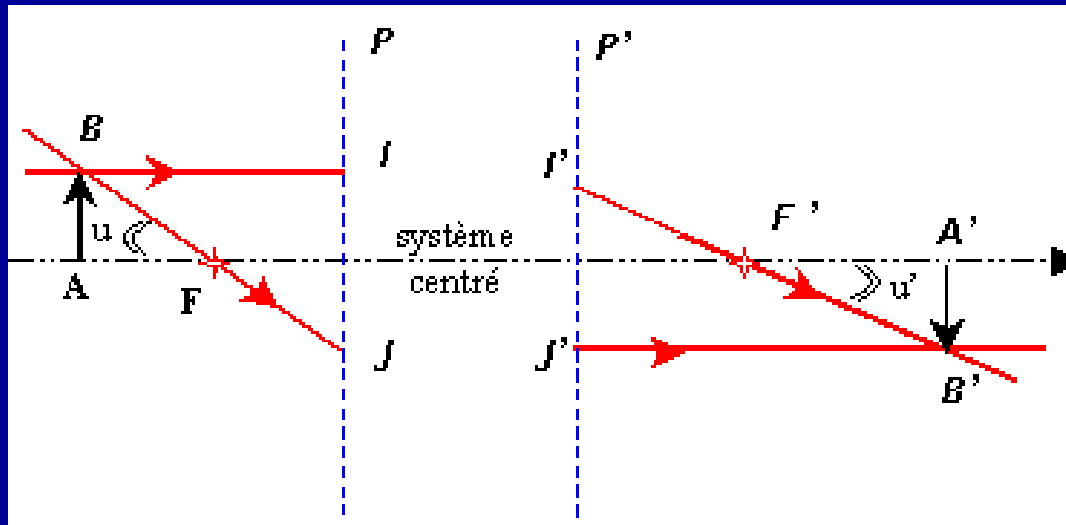
## Système centré divergent





### II-3- Construction d'image :

On considère un système centré défini par ses points cardinaux ( $F$ ,  $F'$ ,  $H$  et  $H'$ ) et un objet  $AB$  réel situé sur l'axe principale du système.



$BI$  incident  $//$  à l'axe principal, émerge en passant par le foyer image  $F'$ .

$BFJ$  incident passant par le foyer objet  $F$ , émerge  $//$  à l'axe principal.

$B'$  est l'image de  $B$ , obtenue en joignant l'intersection des 2 rayons  $I'F'$  et  $JJ'$ .

a- Formule de conjugaison d'un système centré :

Les triangles (BIJ) et (FHJ) sont semblables, alors nous avons :

$$\frac{\overline{JH}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{IB}} \quad \text{avec} \quad \overline{IB} = \overline{HA} \quad \text{donc} \quad \frac{\overline{HJ}}{\overline{IJ}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} \quad (1)$$

Les triangles (H'I'F') et (I'J'B') sont semblables, alors nous avons :

$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{J'B'}} = \frac{\overline{H'I'}}{\overline{J'I'}} \quad \text{avec} \quad \overline{J'B'} = \overline{H'A'} \quad \text{donc} \quad \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = \frac{\overline{I'H'}}{\overline{I'J'}} = \frac{\overline{IH}}{\overline{IJ}} \quad (2)$$

En faisant la somme de (1) et (2) on obtient:

$$\frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} + \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{IJ}} + \frac{\overline{IH}}{\overline{IJ}}$$

$$\text{Soit} \quad \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} + \frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'A'}} = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{f}{\overline{HA}} + \frac{f'}{\overline{H'A'}} = 1$$

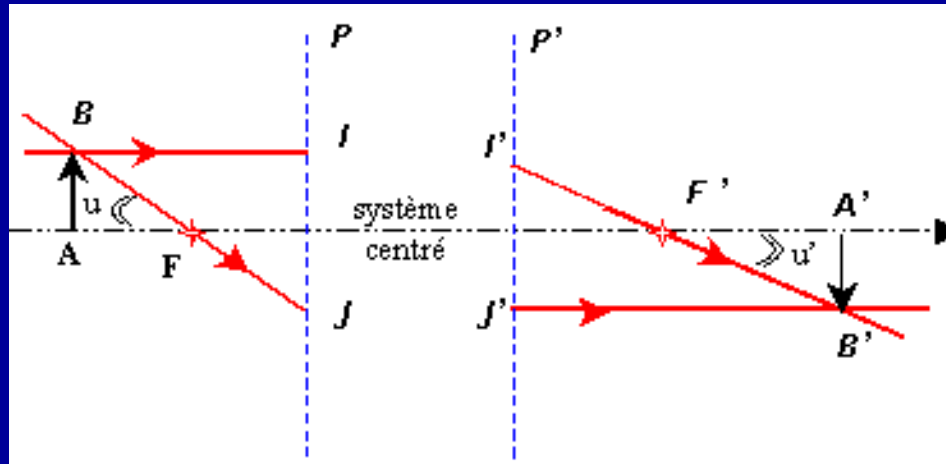
C'est la relation de conjugaison des systèmes centrés à foyers avec origine points principaux H et H'

### b- Formule de Newton:

A partir de la formule de conjugaison d'un système centré, on montre la formule de Newton suivante:

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f'$$

### c- Grandissement linéaire



Nous avons

$$\text{tgu} = \frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{H'J'}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{FH}}$$

soit

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{AF}} = \frac{f}{\overline{AF}}$$

Ou bien

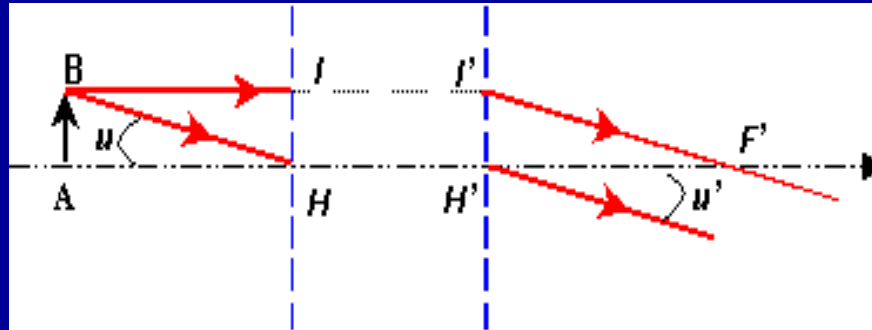
$$\text{tgu}' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{H'I'}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{F'H'}}$$

soit

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{H'F'}} = \frac{\overline{A'F'}}{f'}$$

### d- Vergence d'un système centré

Soit un système centré représenté par ses points cardinaux (F, F', H et H'). On considère un objet AB situé sur le plan focal objet P<sub>F</sub> du système.



dans les conditions de l'approximation de Gauss, nous avons

$$\text{tgu} \approx u = \frac{\overline{AB}}{\overline{HA}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{HF}} = \frac{\overline{FB}}{f'} \Rightarrow \overline{FB} \approx f'.u$$

$$\text{tgu}' \approx u' = \frac{\overline{H'I'}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{FB}}{-f'} \Rightarrow \overline{FB} \approx -f'.u$$

$$f.u \approx -f'.u' \quad (1)$$

La 2<sup>ème</sup> loi de Snell – Descartes pour les angles u et u' s'écrit:

$$n.u \approx n'.u' \quad (2)$$

le rapport (1)/(2) donne:

$$\frac{f}{n} = -\frac{f'}{n'} \quad \text{soit} \quad \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$$

cette relation est valable quelque soit le système centré

On définit la vergence d'un système centré par:

$$V_s = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad \text{dioptries}$$

Un système centré est convergent si  $V_s > 0$   **$f < 0$ ,  $f' > 0$**

Un système centré est divergent si  $V_s < 0$   **$f > 0$ ,  $f' < 0$**

**Remarque:**

$$\text{On a } \frac{f}{HA} + \frac{f'}{H'A'} = 1 \quad \times (n'/f') \quad \longrightarrow \quad \frac{n'}{H'A'} - \frac{n}{HA} = \frac{n'}{f'} = V_s$$

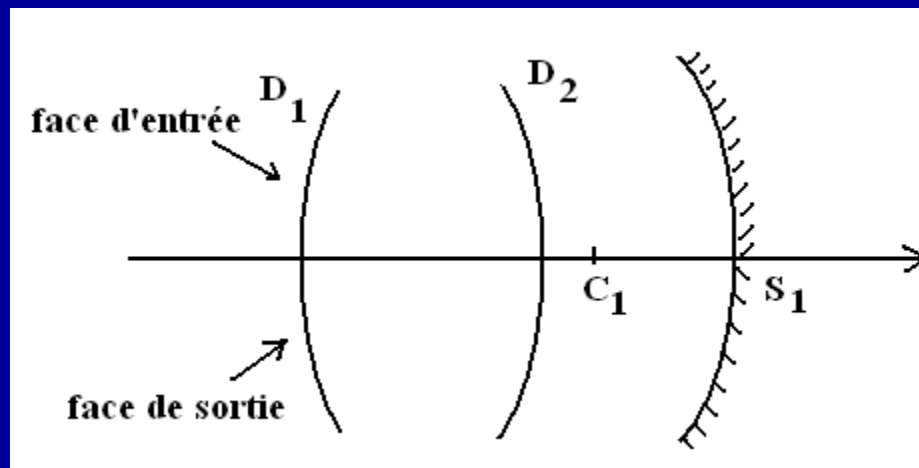
C'est la formule de conjugaison d'un système centré avec origine aux points principaux en introduisant la vergence.

### III- Systèmes catadioptriques

#### III-1- Définition :

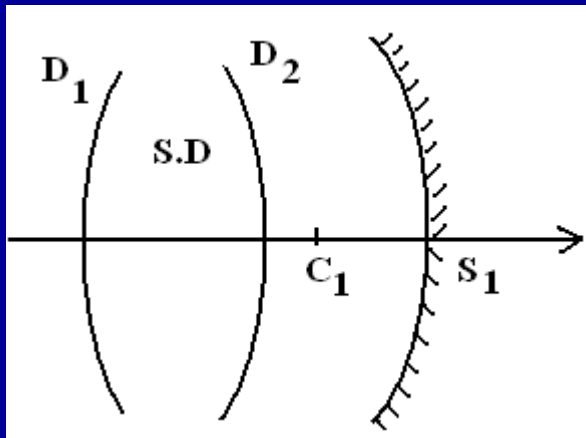
Un système centré catadioptrique est l'association de dioptries plans et sphériques se terminant par un miroir. La face d'entrée et de sortie est la même.

Exemple: soit un système centré catadioptrique formé par l'association de deux dioptries sphériques et un miroir sphérique.

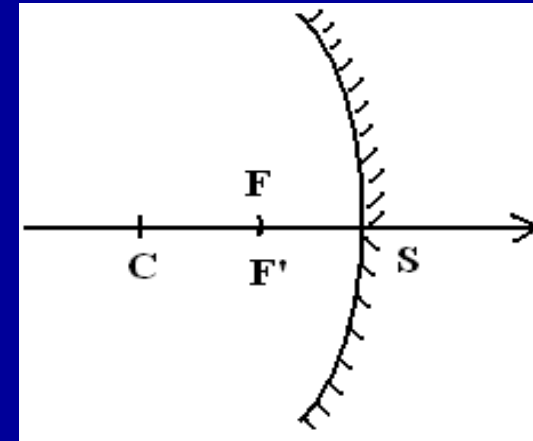


#### III-2- Propriétés :

Si le miroir est sphérique, le système centré catadioptrique est équivalent, en ce qui concerne la position et la grandeur des images à un miroir sphérique unique de centre  $C$  et de sommet  $S$ .



$\equiv$



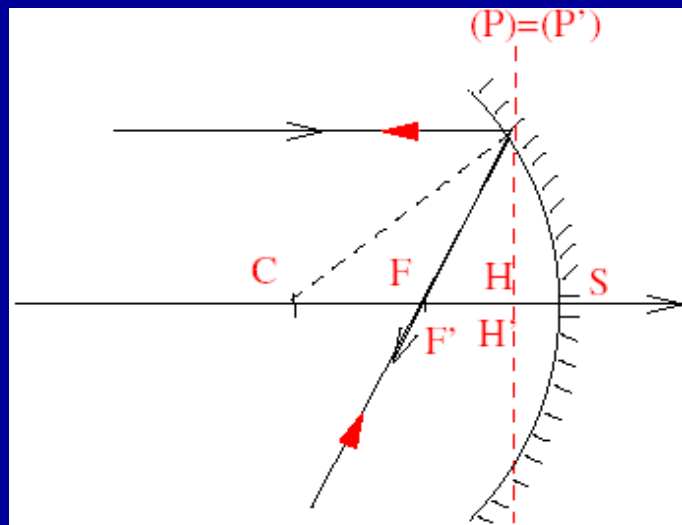
### Remarque:

Le centre  $C$  est le sommet  $S$  sont à déterminer.

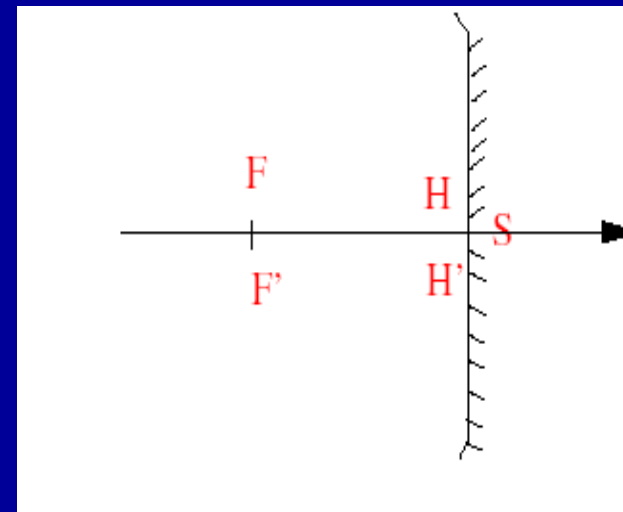
$$\begin{array}{l} C_1 \xrightarrow{\text{S.D}} C \\ S_1 \xrightarrow{\text{S.D}} S \end{array}$$

### Démonstration

On remarque d'abord que pour un miroir sphérique les plans principaux sont confondus avec le plan tangent au miroir sphérique au sommet  $S$ . ( $H \equiv H' \equiv S$ )

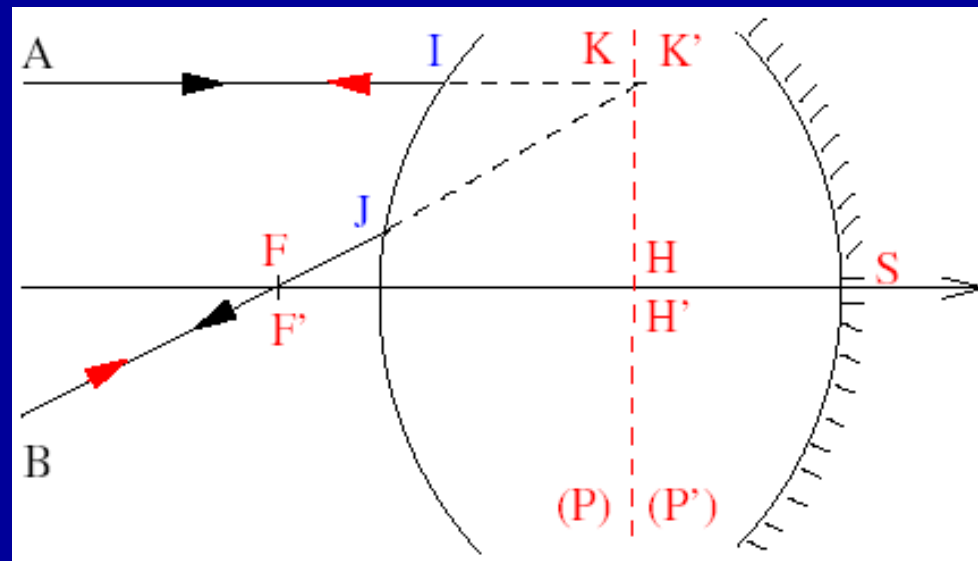


≡



Système centré de faible ouverture

explication





### Sens de propagation de la lumière:

L'incident **AI** // à l'axe optique donne, après réfraction et réflexion, le rayon **JB** qui coupe cet axe en  $F'$  qui est le foyer image du système centré.

### Retour inverse de la lumière:

Le Rayon **BJ** passant par le foyer objet  $F$  du système centré donne après réfraction et réflexion le rayon **IA** // à l'axe optique, donc  $F \equiv F'$

### D'autre part:

Le point  $K$  intersection de **AI** et **BJ** est confondu avec sa propre image  $K'$  intersection des émergents correspondant **JB** et **IA** respectivement.

D'après la correspondance plan à plan l'objet  $HK \equiv H'K'$  son image. Donc les plans principaux sont confondus et les foyers  $F$  et  $F'$  aussi.

### Conclusion:

Le système centré est équivalent à un M.S de sommet  $H$  et de foyer  $F$

#### IV– Association de deux systèmes centrés à foyers :

Soient 2 systèmes centrés  $S_1$  et  $S_2$  de points cardinaux  $(H_1, F_1, H'_1, F'_1)$  et  $(H_2, F_2, H'_2, F'_2)$  respectivement, et tels que:

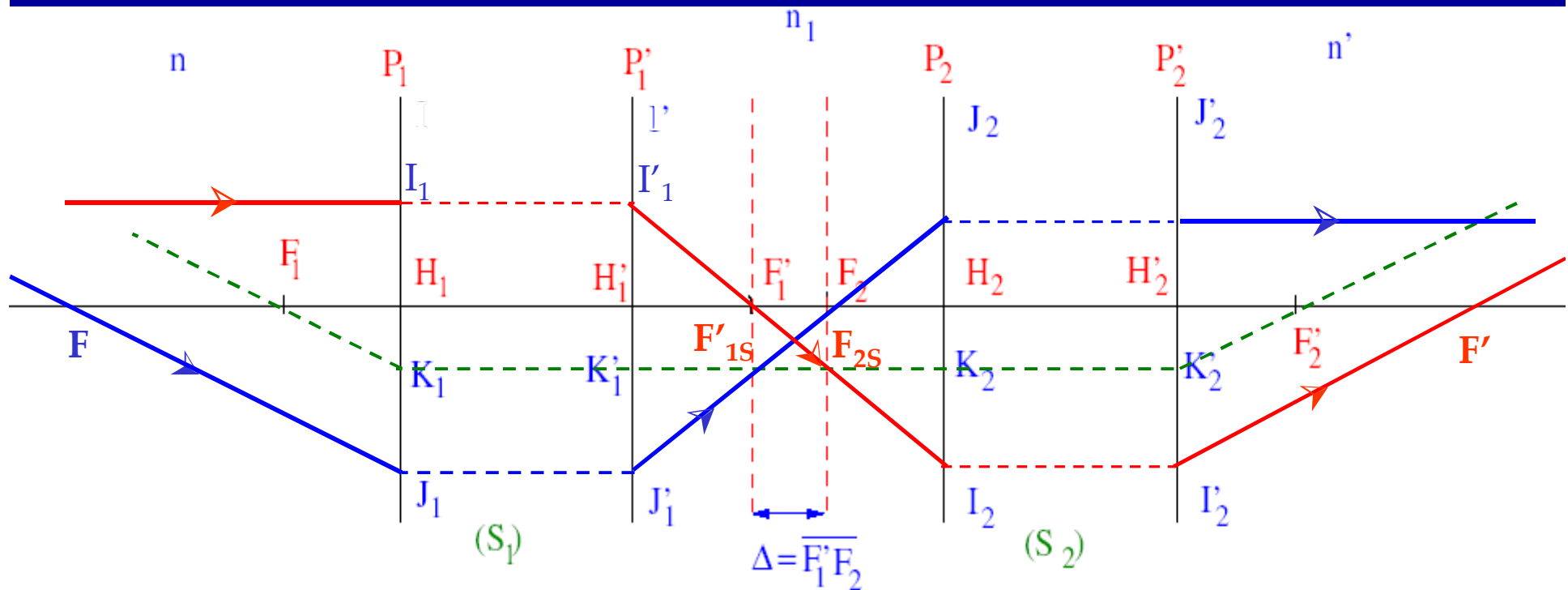
$$f_1 = \overline{H_1 F_1}, \quad f'_1 = \overline{H'_1 F'_1}$$

$$f_2 = \overline{H_2 F_2}, \quad f'_2 = \overline{H'_2 F'_2}$$

#### Résultats:

Quand on associe deux systèmes centrés de manière à ce que leurs axe principaux soient confondus on obtient un seul système centré équivalent. On détermine pour le système équivalent les points cardinaux  $(H, H', F, F')$ .

Les deux systèmes centrés sont disposés comme sur la figure ci-dessous



$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 H'_1} + \overline{H'_1 H_2} + \overline{H_2 F_2}$$

$$= -f'_1 + e + f_2$$

Intervalle optique

avec

$$e = \overline{H'_1 H_2}$$

épaisseur optique

Explications :

L'incident  $II_1$  // à l'axe principal émerge en  $I'_1F'_1I_2$  à la traversée du système S1.

$I'_1F'_1I_2$  est alors un nouveau incident qui va émerger en  $I'_2F'$  // à  $K'_2F'_2$ ,

Le rayon  $J'_2J'$  // à l'axe principal est l'émergent d'un rayon incident  $J'_1F_2J_2$  traversant le système S2.

$J'_1F_2J_2$  est un émergent d'un incident  $FJ_1$ , qui est // à  $F_1K_1$ , incident passant par le foyer objet de S1.

#### IV-2:détermination des points cardinaux

##### a- Foyers objet et image

D'après la figure on a:

$$F \xrightarrow{(S1)} F_2 \quad \text{et} \quad F'_1 \xrightarrow{(S2)} F'$$

La formule de Newton pour un système centré :

donne:

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f'$$

pour (S1)

$$\overline{F_1F} \cdot \overline{F_1'F_2} = f_1 \cdot f_1'$$



$$\overline{F_1F} = \frac{f_1 \cdot f_1'}{\Delta}$$

pour (S2)

$$\overline{F_2F_1'} \cdot \overline{F_2'F'} = f_2 \cdot f_2'$$



$$\overline{F_2'F'} = -\frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta}$$

Ces deux relations donnent les positions des foyers objet F et image F' du système centré équivalent en fonction des distances focales de S1 et de S2 et de l'intervalle optique du système.

## b- Distances focales objet et image

D'après la figure on a:

Les triangles  $(F'H'J')$  et  $(F'_2H'_2K'_2)$  sont semblables donc:

$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{F'_2H'_2}} = \frac{\overline{H'J'}}{\overline{K'_2H'_2}} \longrightarrow \frac{\overline{H'J'}}{\overline{K'_2H'_2}} = -\frac{f'}{f'_2} \quad (1)$$

Les triangles  $(F'_1F_2F_{2s})$  et  $(I'_1H'_1F'_1)$  sont semblables donc:

$$\frac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{H'_1F'_1}} = \frac{\overline{F_{2s}F_2}}{\overline{H'_1I'_1}} = \frac{\overline{K'_2H'_2}}{\overline{H'J'}} \longrightarrow \frac{\overline{K'_2H'_2}}{\overline{H'J'}} = \frac{\Delta}{f'_1} \quad (2)$$

$$(1) \times (2) \longrightarrow \left(-\frac{f'}{f'_2}\right) \times \left(\frac{\Delta}{f'_1}\right) = 1$$

Soit:

$$f' = \overline{H'F'} = -\frac{f'_1 \cdot f'_2}{\Delta}$$

De même:

Les triangles (IHF) et (F<sub>1</sub>H<sub>1</sub>K<sub>1</sub>) sont semblables donc:

$$\frac{\overline{F_1 H_1}}{\overline{HF}} = \frac{\overline{K_1 H_1}}{\overline{HI}} \longrightarrow \frac{\overline{K_1 H_1}}{\overline{HI}} = -\frac{f_1}{f} \quad (3)$$

Les triangles (F'<sub>1</sub>F'<sub>1s</sub>F<sub>2</sub>) et (F<sub>2</sub>H<sub>2</sub>J<sub>2</sub>) sont semblables donc:

$$\frac{\overline{F_2 H_2}}{\overline{F'_1 F_2}} = \frac{\overline{H_2 J_2}}{\overline{F'_{1s} F'_1}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{K_1 H_1}} \longrightarrow \frac{\overline{HI}}{\overline{K_1 H_1}} = -\frac{f_2}{\Delta} \quad (4)$$

$$(3) \times (4) \longrightarrow \left(-\frac{f_1}{f}\right) \times \left(-\frac{f_2}{\Delta}\right) = 1$$

Soit:

$$f = \overline{HF} = \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}$$

### En résumé:

l'association de deux systèmes centrés est un système centré dont les points cardinaux sont donnés par les relations suivantes:

Foyers:

$$\overline{F_1 F} = \frac{f_1 \cdot f_1'}{\Delta}$$

$$\overline{F_2' F'} = -\frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta}$$

$$f = \overline{H F} = \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}$$

$$f' = \overline{H' F'} = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}$$

Points  
principaux

### c- Vergence du système centré équivalent

Par définition:

$$V_s = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad \text{dioptries}$$

or

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}$$



$$V_s = -\frac{n' \cdot \Delta}{f_1' \cdot f_2'}$$

On montre aussi que :

$$V_s = V_{s1} + V_{s2} - e \cdot \frac{V_{s1} \cdot V_{s2}}{n_1}$$

appelé formule de Gullstrand, avec e épaisseur et  $n_1$  l'indice du milieu

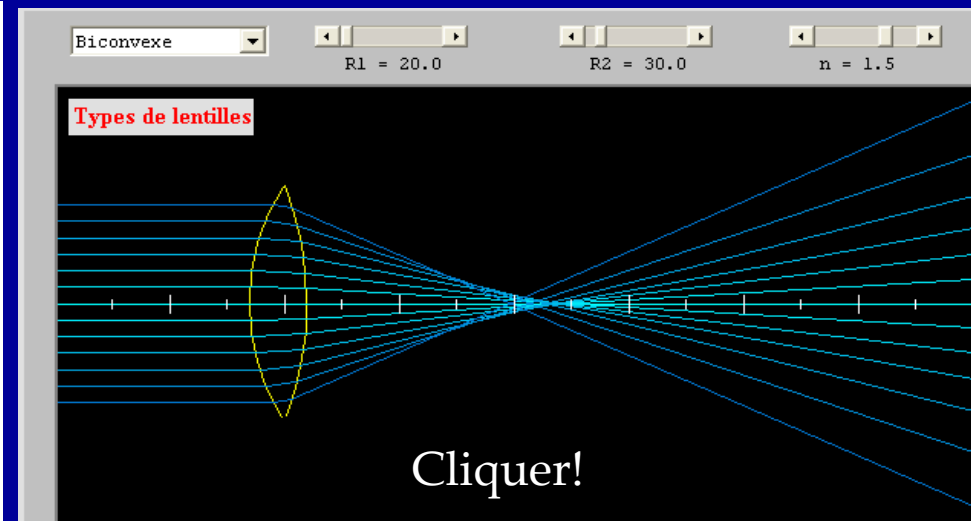
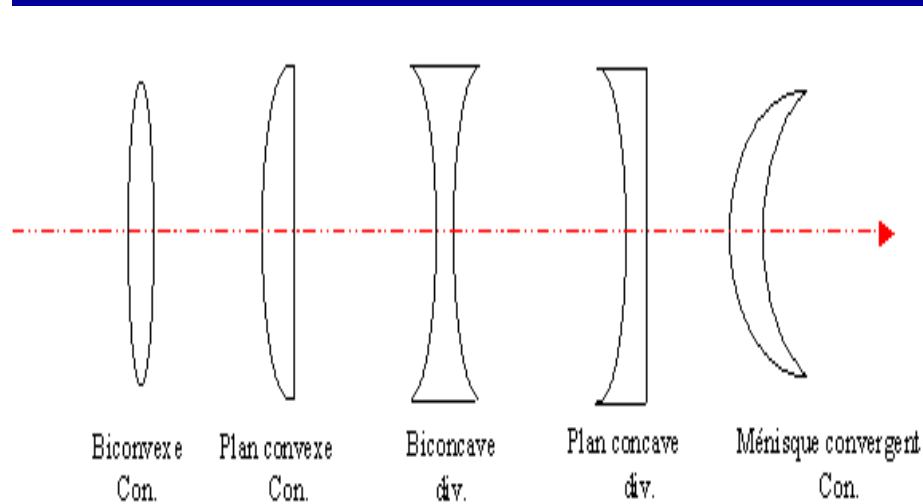


## V- Les lentilles : exemple de S.C

### V-1 Les lentilles épaisses :

#### a) Définition :

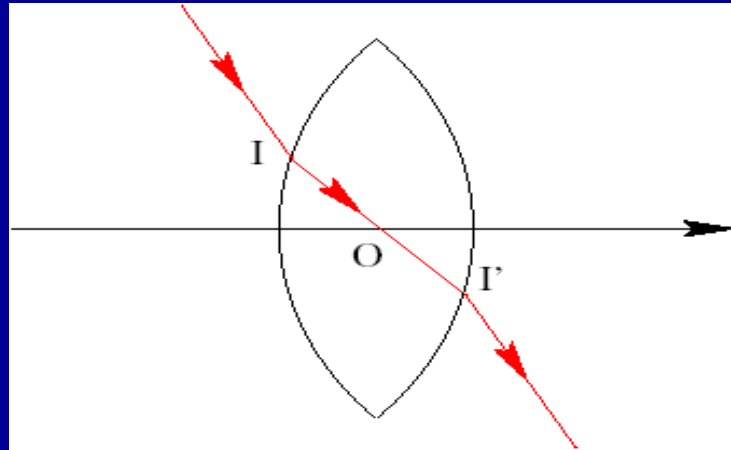
Une lentille est un système formé par l'association de deux dioptries dont l'un au moins est sphérique. C'est un système centré d'axe la droite joignant les deux centres de ces deux dioptries. Plusieurs formes de lentilles sont possibles.



La distance  $e = S_1S_2$  est appelée **épaisseur** de la lentille.

$R_1 = S_1C_1$  et  $R_2 = S_2C_2$  sont **les rayons de courbure** des deux dioptries qui forment la lentille.

On appelle centre optique d'une lentille un point de l'axe principal tel que tous rayons incidents passant par ce point émergent // à sa direction initiale.



Le point O est au centre de symétrie si les faces ont des rayons de courbure égaux et opposés. Sinon il est plus rapproché de la face dont le rayon de courbure est plus petit.

### c- Stigmatisme :

Le stigmatisme approché des lentilles est lié à celui des dioptries formant ces lentilles.

Les conditions de stigmatisme seront réalisées dans l'approximation de Gauss :

- Lentille de faibles ouverture
- Objet plan et perpendiculaire à l'axe optique
- Objet de faible étendue

#### d- Éléments cardinaux des lentilles épaisses :

Sachant qu'une lentille L peut-être traitée comme association de deux dioptries dont l'un au moins est sphérique, on peut établir les points cardinaux de ce système centré ( si l'un des deux dioptries est plan, il suffit de faire tendre son rayon vers l'infini dans la relation obtenue).

Soient deux dioptries  $D_1$  et  $D_2$  de centre  $C_1, C_2$  et de foyers objet  $F_1, F_1$  et images  $F'_1 F'_2$ . Nous rappelons que pour les dioptries  $D_1$  et  $D_2$ , nous avons:

$$H_1 = H'_1 = S_1 \text{ et } H_2 = H'_2 = S_2.$$

On pose :

$$f_1 = \overline{S_1 F_1} ; f_2 = \overline{S_2 F_2} , f'_1 = \overline{S_1 F'_1} ; f'_2 = \overline{S_2 F'_2}$$

et:

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} ; e = \overline{S_1 S_2}$$

La lentille étant un système centré, elle sera définie par ses points cardinaux:

$$F, F', H \text{ et } H' .$$

On peut alors déterminer la position des points cardinaux par:

$$\begin{aligned}\overline{S_2 F'} &= \overline{S_2 F'_2} + \overline{F'_2 F'} \\ &= f'_2 - \frac{f'_2 \cdot f_2}{\Delta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{S_2 H'} &= \overline{S_2 F'} + \overline{F' H'} \\ &= f'_2 - \frac{f'_2 \cdot f_2}{\Delta} + \frac{f'_1 \cdot f'_2}{\Delta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{S_1 F} &= \overline{S_1 F_1} + \overline{F_1 F} \\ &= f_1 + \frac{f_1 \cdot f'_1}{\Delta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{S_1 H} &= \overline{S_1 F} + \overline{F H} \\ &= f_1 + \frac{f_1 \cdot f'_1}{\Delta} - \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}\end{aligned}$$

Partant maintenant de l'expression de la distance focale du systèmes centré:

$$f' = - \frac{f'_1 \cdot f'_2}{\Delta}$$

et puisque:

$$f'_1 = \frac{n}{n-1} \overline{S_1 C_1} = \frac{n}{n-1} R_1$$

$$f'_2 = \frac{1}{1-n} \overline{S_2 C_2} = \frac{1}{1-n} R_2$$

$$f_2 = \frac{n}{n-1} \overline{S_2 C_2} = \frac{n}{n-1} R_2$$

$$\Delta = -f'_1 + e + f_2$$

On obtient alors l'expression de  $f'$  suivante

$$f' = \overline{H'F'} = \frac{n.R_1 R_2}{(n-1)[n.(R_2 - R_1) + e(n-1)]}$$

Ou bien on donnant la convergence  $C$  de la lentille:

$$C = \frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{e(n-1)^2}{n.R_1 R_2}$$

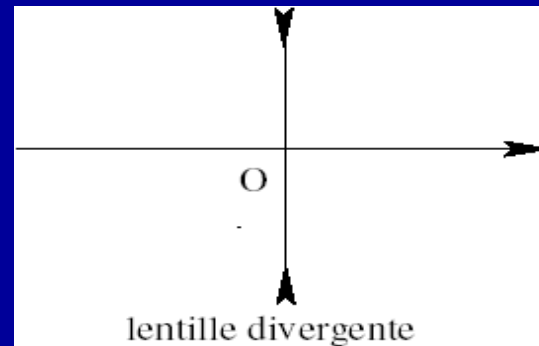
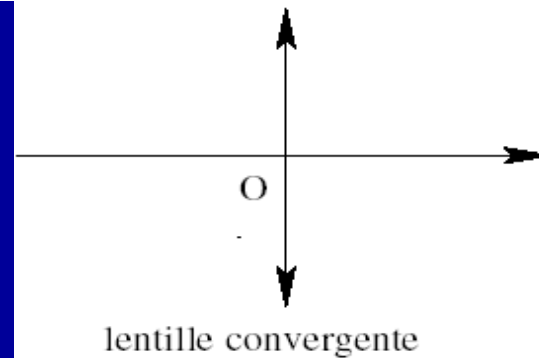
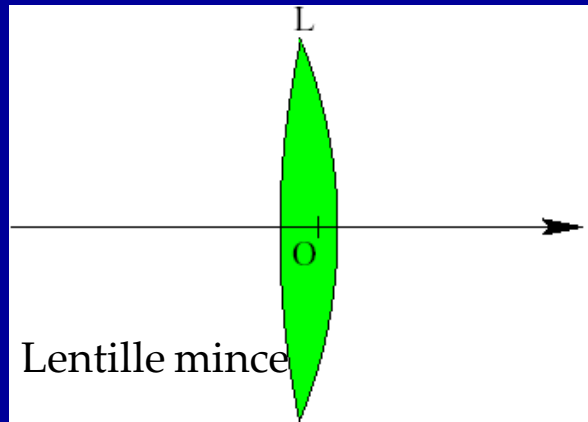
### V-2 Les lentilles minces :

Une lentille est dite mince si son épaisseur est faible par rapport aux rayons de courbure. On peut montrer pour une lentille mince que:

$$e \ll R_1, \quad e \ll R_2, \quad e \ll |R_1 - R_2|$$

#### Remarque

Une lentille mince ne peut jamais avoir  $R_1=R_2$  ou  $e=R_1 - R_2$  car le centre optique sera à l'infini.



### a- Foyers et distances focales:

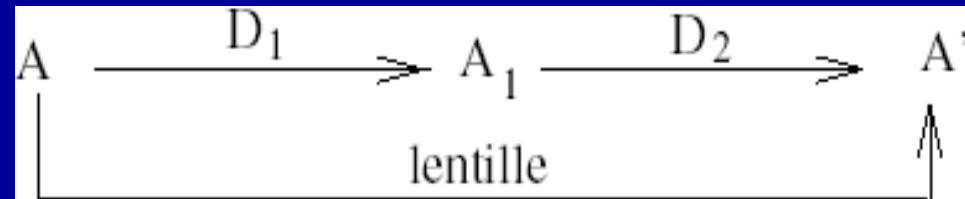
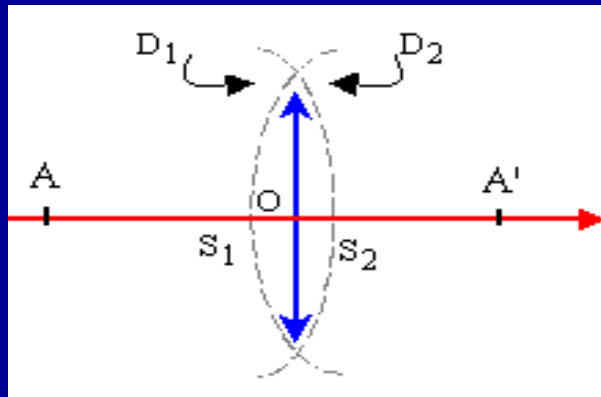
La lentille étant un système centré dioptrique donc il possède des foyers principaux objet F et image F'. Les points principaux H et H' sont confondu avec le centre optique O, par conséquent **les distances focales sont égaux et opposées.**

d'après l'expression de la distance focale de la lentille épaisse, en prenant  $e=0$ , on obtient:

$$\frac{1}{\overline{H'F'}} = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{1}{f} = -\frac{1}{\overline{HF}}$$

## b- formule de conjugaison d'une lentille mince

Considérons une lentille mince comme étant l'association de deux dioptries sphériques  $D_1$  et  $D_2$ , et un point ponctuel  $A$  réel sur l'axe principal. On peut donc écrire:



soit, en utilisant les relations de conjugaison des dioptries sphériques:

$$D_1 : \frac{1}{\overline{S_1 A}} - \frac{n}{\overline{S_1 A_1}} = \frac{1 - n}{\overline{S_1 C_1}} \quad (1)$$

$$D_2 : \frac{n}{\overline{S_2 A_1}} - \frac{1}{\overline{S_2 A'}} = \frac{n - 1}{\overline{S_2 C_2}} \quad (2)$$

La lentille étant mince c'est à dire  $S_1 \equiv S_2 \equiv O$  (centre optique), donc :

(1)+(2) donne

$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = (1 - n) \left( \frac{1}{\overline{S_1 C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2 C_2}} \right) = \frac{1}{f}$$

ou bien

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n - 1) \left( \frac{1}{\overline{S_1 C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2 C_2}} \right) = \frac{1}{f'}$$

Si on considère maintenant la lentille mince comme un système centré baignant dans un milieu d'indice  $n$  (soit  $n' = n$ ) alors on peut écrire:

$$\frac{f}{f'} = - \frac{n}{n'} \Rightarrow f = -f'$$

et puisque:  $S_1 \equiv S_2 \equiv O$  et  $H \equiv H' \equiv O$ , alors la relation de conjugaison d'un S.C donne:

$$\frac{f}{\overline{HA}} + \frac{f'}{\overline{H'A'}} = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$



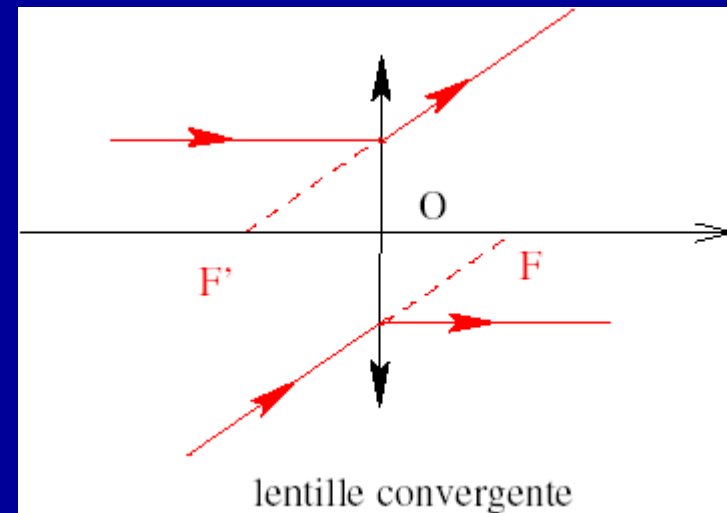
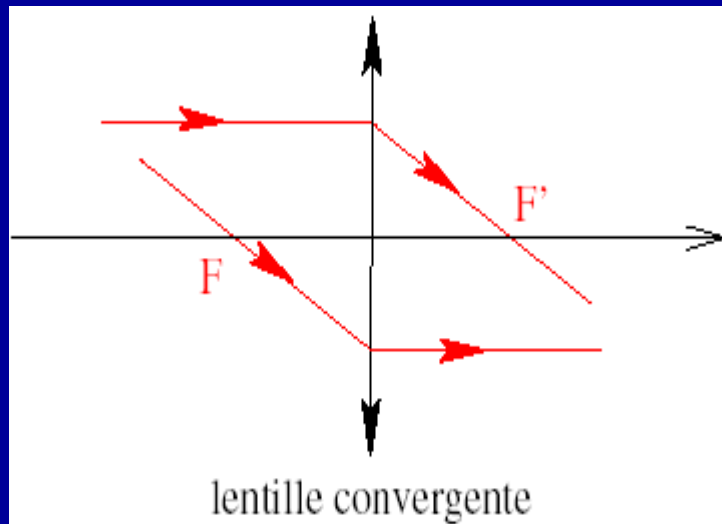
On appelle convergence d'une lentille mince, le rapport  $C=1/f$  en dioptries.

- si  $C > 0$  alors  $f' > 0$  : la lentille est convergente
- si  $C < 0$  alors  $f' < 0$  : la lentille est divergente

Pour une lentille mince, la formule de Newton s'écrit:

$$\overline{FA} . \overline{F'A'} = -f^2 = -f'^2$$

Représentation:

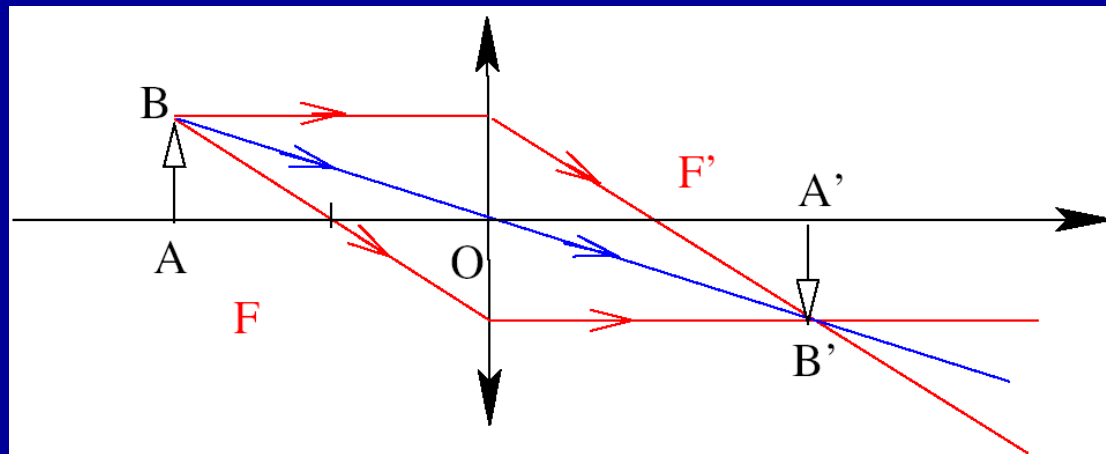


Remarque:

pour les lentille minces, les propriétés des foyers secondaires objet et image des systèmes centrés, restent valables.

c- grandissement linéaire:

Soit une lentille convergente de distance focale  $f$  et un objet réel  $AB$ .



Les triangles  $(OAB)$  et  $(OA'B')$  sont semblables donc:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'O}}$$

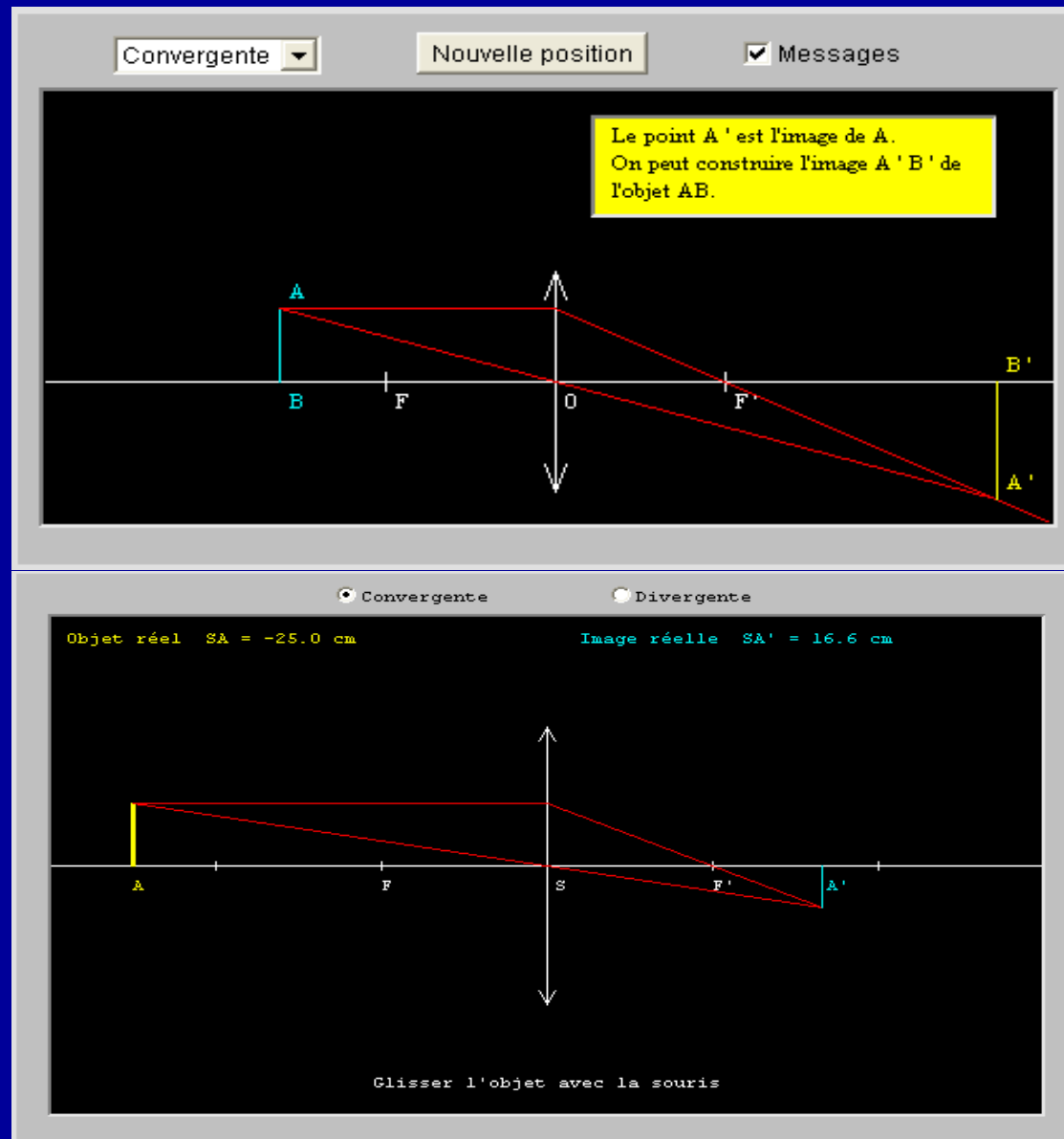


$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

soit

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

## d- construction géométrique d'image - Animation



Animation  
cliquer!



Animation  
cliquer!



### V-3 Doublets de lentille minces:

On appelle doublet l'association de deux lentille minces placés dans un même milieu d'indice  $n$ .

Désignons par  $f'_1$  et  $f'_2$  les distances focales images des deux lentilles et par  $e$  la distance entre leurs centre optique  $O_1$  et  $O_2$ .

$$e = \overline{O_1 O_2} > 0$$

le doublet sera représenté par son symbole  $(m, p, q)$  tels que:

$$\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{p} = \frac{f'_2}{q} = C^{\text{ste}} = a$$

$$(m, q) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*, \quad p \in \mathbb{N}^*$$

#### Remarque:

- $m$  et  $q$  sont  $> 0$  pour des lentilles convergentes et  $< 0$  pour de lentilles divergentes
- $p$  est toujours  $> 0$ .

Le doublet étant une association de systèmes centrés (deux lentilles minces) alors les formules permettant de déterminer la position des points cardinaux du système centré équivalent ( $F, F', H, H'$ ) sont les mêmes que celles démontrés dans le cas de l'association de deux systèmes centrés et qui sont donnée par:

$$\overline{F_1 F} = \frac{f_1 \cdot f_1'}{\Delta}$$

$$f = \overline{H F} = \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}$$

$$\overline{F'_2 F'} = -\frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta}$$

$$f' = \overline{H' F'} = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}$$

avec  $\Delta = -f_1' + e + f_2$      $e = \overline{O_1 O_2} > 0$

Convergence d'un doublet:

Par définition, la convergence est  $C=1/f'$ . Pour le doublet,  $f'$  est donnée

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}$$



$$C = \frac{1}{f'} = -\frac{(f_1' - e + f_2)}{f_1' \cdot f_2'}$$

soit

$$C = \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' \cdot f_2'} - \frac{f_2}{f_1' \cdot f_2'}$$

or

$$f_2' = -f_2$$



$$C = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' \cdot f_2'}$$

Ou bien

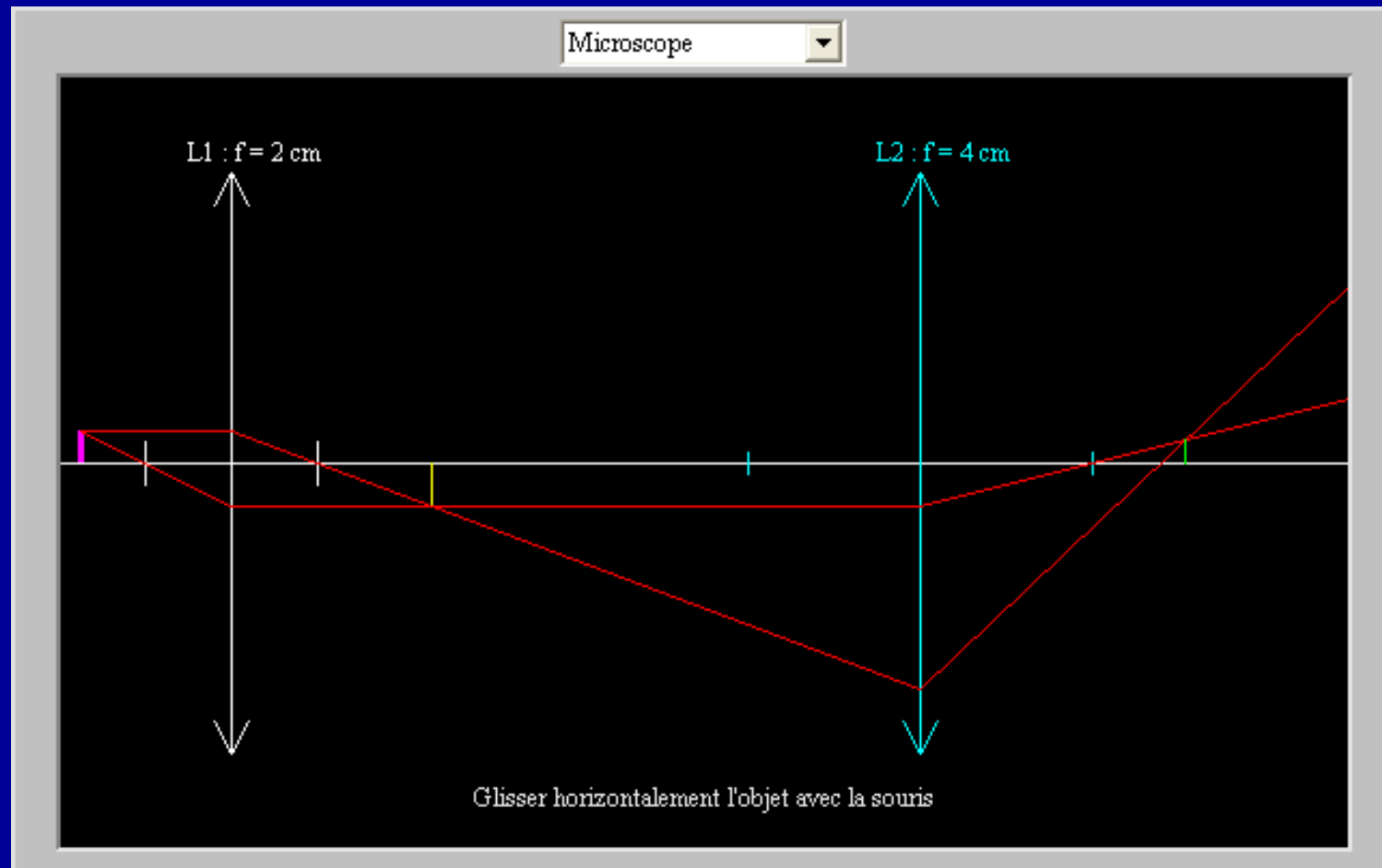
$$C = C_1 + C_2 - e \cdot C_1 C_2$$

c'est la formule de Gullstrand

Remarque:

pour un doublet accolé,  $e=0$ , on a

$$C = C_1 + C_2$$



Accueil

Chapitre1

Chapitre2

Chapitre3

Chapitre4

Chapitre5

Chapitre6