6. Série de Travaux Dirigés N I

Exercice 1 : Ecrire le nombre décimale 25,125 en une représentation binaire.

Exercice 2 : En arithmétique flottante avec 3 chiffres significatifs et arrondi, illustrer la non-validité des lois d'associativité et de distributivité.

(On pourra prendre : $x = 854$, $y = 251$ et $z = 852$).

Exercice 3 : En arithmétique flottante, avec $s = 2$, calculer $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i^2}$.

1) En calculant : $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \ldots \frac{1}{100}$
2) En calculant : $\frac{1}{100} + \frac{1}{81} + \ldots + \frac{1}{1}$

Quel résultat est le plus précis et pourquoi ?

Exercice 4 : On considère le polynôme $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$. On suppose que le discriminant $\Delta \succ 0$. On sait que

(1) $\quad x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

1) Vérifier que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$.
2) Utiliser ce résultat pour montrer que ces racines peuvent aussi s'écrire sous la forme

(2) $\quad x_1 = \frac{-2c}{b+\sqrt{b^2-4ac}}$ et $x_2 = \frac{-2c}{b-\sqrt{b^2-4ac}}$

3) Pour $s = 4$ et trouver les racines de $x^2 + 53.1x + 1 = 0$ en calculant

i) x_1 à partir de (1) et la relation $x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$.

ii) x_1 à partir de (2) et la relation $x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$.

Quel calcul donne le meilleur résultat et pourquoi ?
iii) Si on clacule d'abord x_2, laquelle des formules (1) et (2) serait-il préférable de choisir et pourquoi ?

Exercice 5 : Résolvez ces deux systèmes linéaires :

$$(1) \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 1.01y = 2.01 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 1.01y = 2.02 \end{cases}$$

Que remarquez-vous ?

Exercice 6 : On cherche les racines de

$p(x) = (x-1)(x-2)(x-10)$

Elles sont évidentes.
Si on développe ce polynome en une valeur approchée pour l'une des racines par exemple 10.1
p(x) devient

$p(x) = (x-10.1)(x^2 + bx + c)$

Calculer b et c .
En déduire les racines du polynomes du second degré. Que remarquez-vous ?