Université Mohammed V
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques
Rabat

Année universitaire 2015/2016
SMA4

Travaux pratiques d'analyse numérique

Série 3

(Résolution des équations non-linéaires)

Exercice 1 :

Soit le pseudo-code suivant pour le principe de regroupement par intervalle «bracketing » :

```
delta = (x_max - x_min)/n
a = x_min

pour i allant de 1 à n

      b = a + delta
      si signe(f(a)) <> signe(f(b))

         imprimer [a,b]

      finsi

      a = b

finpour
```

1) Donner un code MATLAB correspondant au pseudo-code ci-dessus.
2) Donner un code MATLAB pour la méthode de bissection.
3) Avec une fonction anonyme créer une fonction f qui évalue :
$$f : x \longrightarrow \cos x^{x} - \sin e^{x}$$
4) Créer un graphique de f sur l'intervalle $[0.5\,, 2.5]$.
5) Sur ce même intervalle à l'aide de la méthode « bracketing » retrouver les intervalles susceptibles de contenir un zéro (prendre $n = 10$).
6) Pour chaque intervalle trouvé à l'aide d'une boucle '`for`' chercher le zéro de la fonction par la méthode de bissection (erreur maximale tolérée : 10^{-5}).

Exercice 2 :

On s'intéresse à l'approximation numérique de la racine carrée d'un réel positif x, on considère alors la fonction suivante :

$$f(r) = r^2 - x$$

1) A partir de la forme itérative de Newton retrouver la forme itérative suivante :
$$r_i = \frac{1}{2}\left(r_{i-1} + \frac{x}{r_{i-1}}\right) \qquad i = 1,2, \ldots$$

2) En prenant le point de départ $r_0 = x$, exécuter le programme pour 7 itérations à l'aide d'une boucle '`for`'.
3) On désire poursuivre l'itération jusqu'à ce que la différence, en valeur absolue, de deux approximations successives soit inférieure à une valeur δ donnée. Programmer cette procédure avec une boucle '`while`' pour $\delta = 10^{-6}$ et $x = 81$.
4) Modifier cette procédure de sorte à ce que l'on calcule au plus 10 approximations.

Modifier la procédure de sorte à ce que les itérations s'arrêtent lorsque l'approximation est égale à la valeur de la racine obtenue avec la fonction '`sqrt`' de MATLAB. Afficher le nombre d'itérations.

Exercice 3 :

Reprendre à partir de la question 2) l'exercice précédent en appliquant la méthode de la sécante au lieu de la méthode de Newton-Raphson.

Exercice 4 :

On considère la fonction suivante :

$$f(x) = \cos(2x) + \sin(2x) + x - 1$$

1) Créer la fonction anonyme correspondante à f.
2) A l'aide du regroupement par intervalles déterminer le nombre de zéros existants sur l'intervalle$[-1; 6]$.
3) Retrouver une fonction d'itération convenable $g(x)$ pour l'équation $f(x) = 0$.
4) Créer la fonction anonyme correspondante à g.
5) Tracer sur un même graphique les deux fonctions et la première bissectrice.

Exercice 5 :

On considère la fonction suivante :

$$g(x) = -4 + 4x - \frac{1}{2}x^2$$

1) Créer la fonction anonyme correspondante à g.
2) Montrer que $x = 2$ et $x = 4$ sont des points fixes.
3) Utiliser $x_0 = 1.2$ et calculer x_1, x_2 et x_3 ainsi que les erreurs relatives pour chacune de ces itérations. Stocker les x_k dans un vecteur `res1` et les erreurs dans un vecteur `err1`.
4) Utiliser $x_0 = 3.8$ et calculer x_1, x_2 et x_3 ainsi que les erreurs relatives pour chacune de ces itérations. Stocker les x_k dans un vecteur `res2` et les erreurs dans un vecteur `err2`.
5) Que peut-on dire sur les points fixes 2 et 4 ?