

Exercice 1

1. $G = (V, E)$

$$V = \{B; C; D; F; N; T\}$$

$$E = \{(B, C); (B, F); (C, D); (C, F); (C, T); (D, F); (D, N); (D, T); (F, N); (F, T); (N, T)\}$$

2. Sommet	B	C	D	F	N	T
degré	2	4	4	5	3	4

3. Le graphe est connexe.

B	C	D	F	N
B-C	C-D	D-F	F-T	N-T
B-F	C-T	D-T	F-N	
B-C-D	C-F	D-N		
B-C-T	C-T-N			
B-C-T-N				

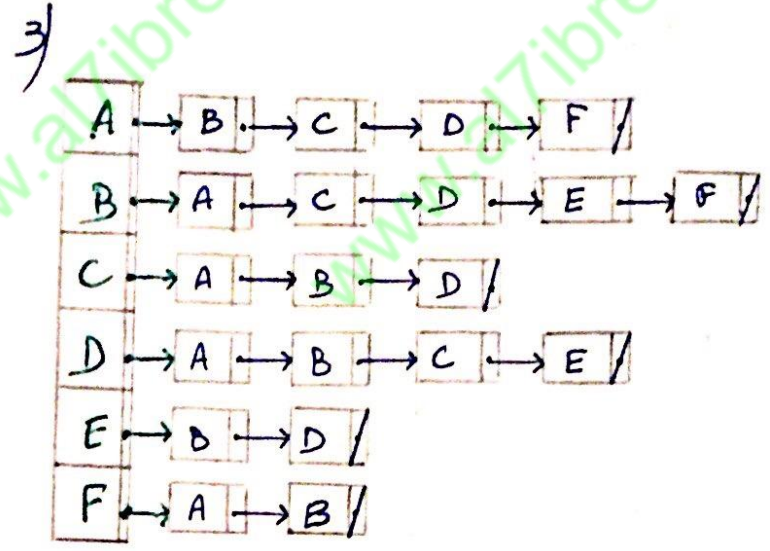
Exercice 2

2) → Le graphe est connexe, car on peut trouver une chaîne qui lie tous les sommets ; A-F-B-C-D-E lie tous les sommets, et donc le graphe est connexe.

→ Le graphe n'est pas complet, puisque E et F ne sont pas adjacents.

2)

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	1	0	1
B	1	0	1	1	1	1
C	1	1	0	1	0	0
D	1	1	1	0	1	0
E	0	1	0	1	0	0
F	1	1	0	0	0	0



Exercice 3 :

a) Liste d'adjacence :

- 1 (1, 2, 3, 4)
- 2 (2)
- 3 (5, 6)
- 4 (3, 4)
- 5 (3, 5)
- 6 (3, 5, 6)

Matrice d'adjacence :

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	0	0
2	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0
6	0	0	1	0	1	1

b) On rencontre deux difficultés :

→ Les arêtes n'ont pas de nom ; il faut en donner.

→ Les boucles ! On décide de mettre pour cet exercice seulement

2 en $b_{u,u}$ dans la matrice d'incidence si e est une boucle autour du sommet u . Notons qu'on étend ainsi la définition standard.

	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,2)	(3,5)	(3,6)	(4,3)	(4,4)	(5,3)	(5,5)	(6,3)	(6,5)	(6,6)
1	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	-1	-1	1	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	-1	2	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	2	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	2

c) Liste d'adjacence :

Entrée : tableau de liste d'adjacence E de taille n

Variables : entier i initialisé à 0
sommet x, y

Début

```
pour  $x$  de 1 à  $n$  faire
  pour tout voisin de  $x$  faire
     $i \leftarrow i + 1$ 
  fpour
fpour

 $B \leftarrow$  matrice de taille  $n \times i$  (initialisée à 0)
 $i \leftarrow 0$ 

pour  $x$  de 1 à  $n$  faire
  pour tout  $y$  voisin de  $x$  faire
     $i \leftarrow i + 1$ 
     $B(x, i) \leftarrow -1$ 
     $B(y, x) \leftarrow 1$ 
  fpour
fpour

Fin
```

Matrice d'adjacence :

Entrée : matrice d'adjacence π de taille n

Variables : entier i initialisé à 0

sommet x, y

Début

pour x de 1 à n faire
 pour tout y de 1 à n faire
 si $\Gamma(x, y) = 1$ faire
 $i \leftarrow i + 1$
 fsi
 fpour
fpour

$B \leftarrow$ matrice de taille $n \times i$

$i \leftarrow 0$

pour x de 1 à n faire
 pour tout y de 1 à n faire
 si $\Gamma(x, y) = 1$ faire
 $i \leftarrow i + 1$
 $B(x, i) \leftarrow -1$
 $B(y, i) \leftarrow 1$
 fsi
 fpour
fpour

Fin

d) La matrice $\Gamma = B \cdot B^t = (m_{i,j})$ est carrée de taille n , de plus :

$$m_{i,j} = \sum_{k=1}^{\text{nb. arêtes}} b_{i,k} \times b_{j,k} = \begin{cases} \text{le nombre d'arêtes entre } i \text{ et } j & ; i \neq j \\ \text{le degré du sommet } i & ; i = j \end{cases}$$

Exercice 4 :

a) Liste d'adjacence : $O(d^+(x))$.

Matrice d'adjacence : $O(1)$.

Matrice d'incidence : $O(m)$, car pour toute arête on teste $b_{x,i}$ et $b_{y,i}$ qui doivent être non nuls tous les deux.

b)

	Degré <u>sortant</u>	Degré <u>entrant</u>
Liste <u>d'adjacence</u>	$O(d^+(x))$	$O(m)$
Matrice <u>d'adjacence</u>	$O(n)$	$O(n)$
Matrice <u>d'incidence</u>	$O(m)$	$O(m)$