

LENTILLES

1. Définition

Ce sont des systèmes centrés constitués par l'association de deux dioptries dont au moins un est sphérique. En pratique les deux faces de la lentille sont plongées dans le même milieu (généralement dans l'air). Elles peuvent être traitées comme les systèmes centrés étudiés au chapitre précédent.

On distingue plusieurs types de lentilles. Elles peuvent être classées en deux catégories :

- Les lentilles dont le bord est plus mince que le centre sont convergentes (Fig.IV-a);
- Les lentilles dont le bord est plus épais que le centre sont divergentes (Fig.IV-b).

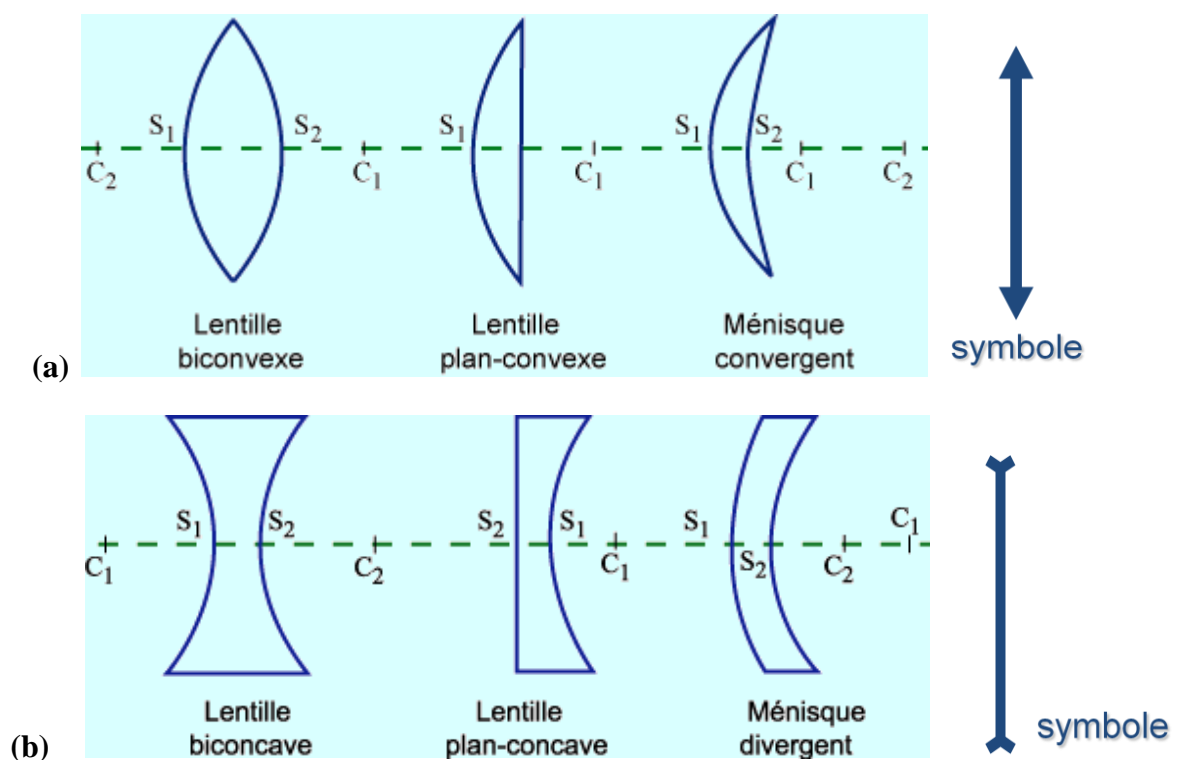


Figure IV-1

2. Centre optique

On appelle centre optique O un point (unique) de l'axe, appartenant au milieu n, tel qu'à tout rayon incident passant par ce point après réfraction sur le premier dioptré correspond un émergent de la lentille parallèle à l'incident.

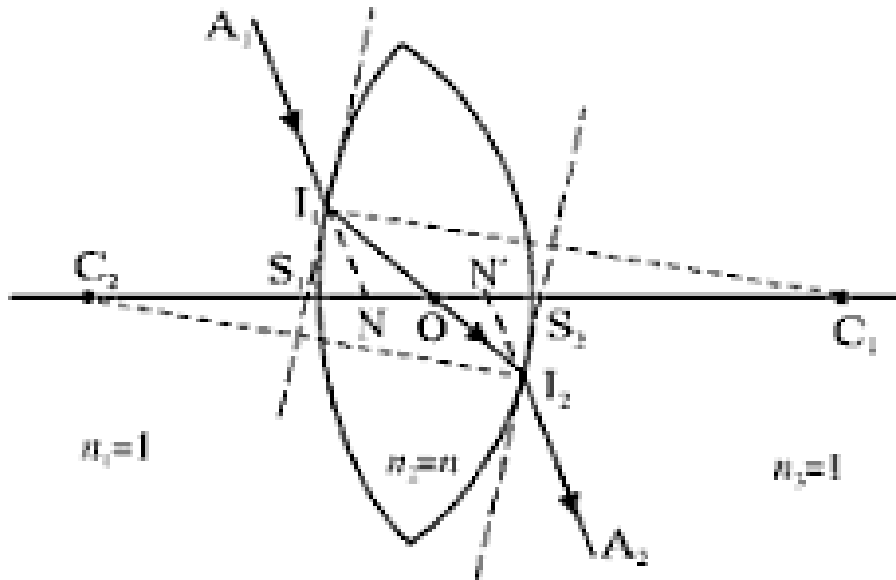


Figure IV-2

On montre que la position de O est donnée par la formule :

$$\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\overline{OC_1}}{\overline{OC_2}} \quad \forall \text{ la forme de la lentille}$$

Notons que O est le conjugué de N à travers S₁ et de N' à travers S₂.

3. Lentilles minces

3.1. Définition

Ce sont des lentilles dont l'épaisseur est négligeable devant les rayons de courbures des faces. Dans ces conditions, les plans principaux et les sommets sont confondus en O.

3.2. Vergence d'une lentille mince

La vergence d'une lentille mince s'écrit :

$$C = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

3.3. Formules de conjugaison

3.3.1. Origine au centre optique

Les formules de conjugaison de position et de grandissement s'écrivent :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

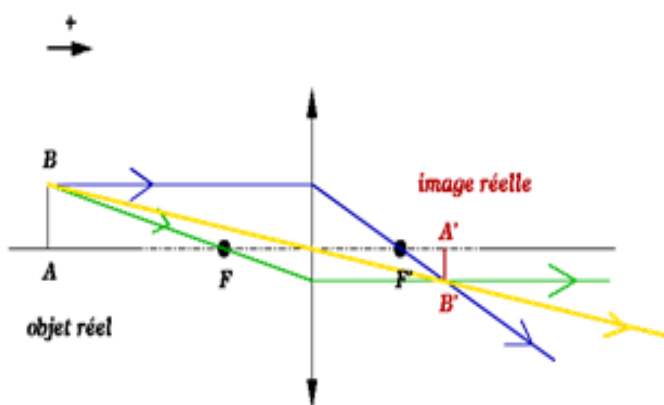
3.3.2. Origines aux foyers

Les formules de Newton s'écrivent :

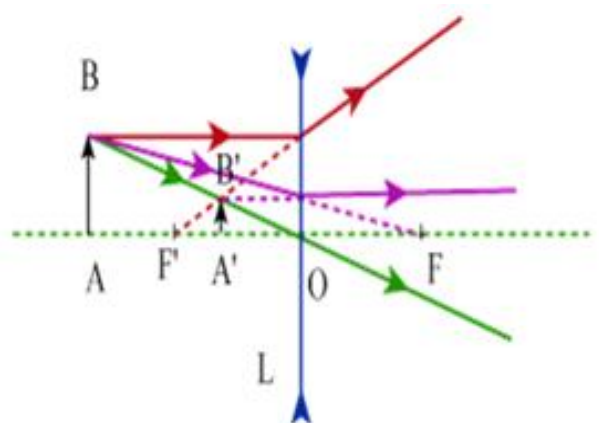
$$\overline{FA} \overline{F'A'} = -f'^2 \quad ; \quad \gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

4. Construction d'images

Les règles de construction sont identiques à celles déjà énumérées dans les chapitres précédents. En retiendra en particulier que tout rayon passant par O n'est pas dévié.



Lentille convergente



Lentille divergente

Figure IV-3

5. Association de lentilles minces. Doublet

5.1. Lentilles accolées

On montre dans ce cas que la vergence du système est égale à la somme des vergences des deux lentilles (théorème des vergences) :

$$C = C_1 + C_2$$

5.2. Lentilles non accolées

Le doublet formé par l'association de deux lentilles de distances focales f'_1 et f'_2 est défini par le symbole (m, n, p) tel que :

$$\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p}$$

La position des foyers F et F' et les distances focales du doublet sont déterminées aisément en suivant la méthode décrite dans le chapitre précédent et concernant l'association de deux systèmes centrés (IV-4 (a) et (b)) :

$$\overline{F'_2 F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta} \quad \text{et} \quad f' = \overline{H' F'} = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \quad (\text{Figure IV-4 (a)})$$

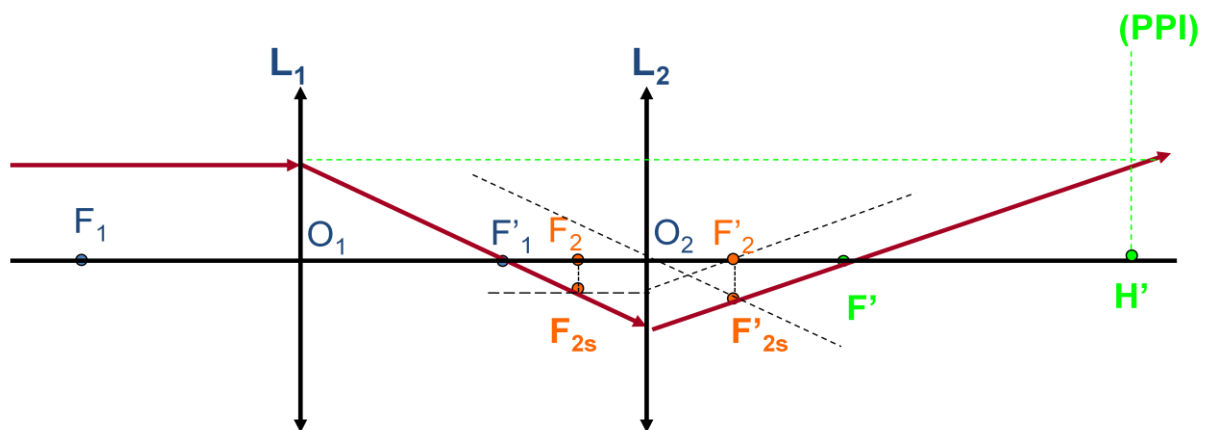


Figure IV-4 (a)

$$\overline{F_1 F} = \frac{f_1 f'_1}{\Delta} \text{ et } f = \overline{H F} = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad (\text{Figure IV-4 (b)})$$

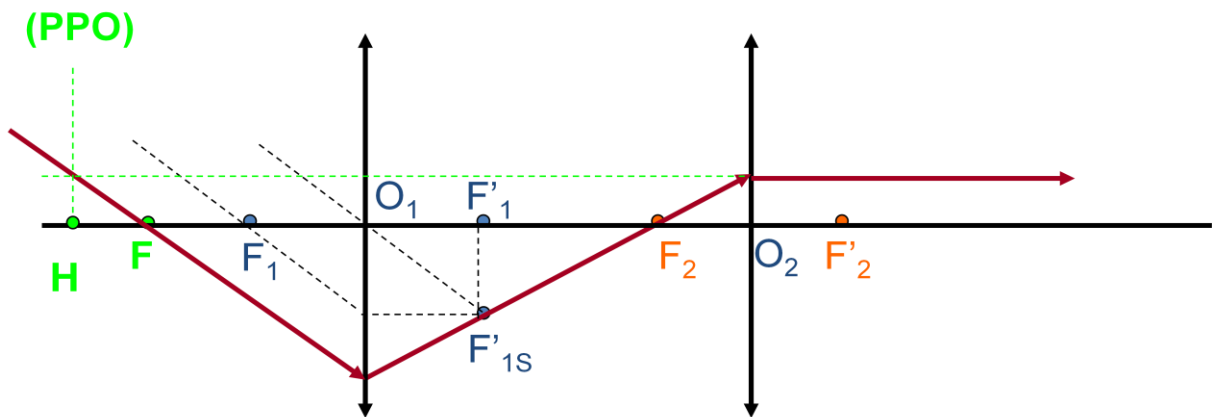


Figure IV-4 (b)

En particulier la formule de Gullstrand s'écrit :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2}$$

Exercices

I) Etude d'une lentille

Une lentille mince à bords épais est taillée dans du verre d'indice $n=1.5$. Le rayon du dioptre d'entrée est $|R_1| = 20\text{cm}$ et le rayon du dioptre de sortie est $|R_2|=30\text{cm}$.

- Calculer la distance focale de cette lentille.
- On place un objet réel à 10cm de la face d'entrée, déterminez la position de l'image. Quelle est sa nature ?
- Calculez son grandissement.
- Vérifiez les résultats des questions b) et c) avec le tracé de l'image.

II) Etude d'un doublet

On place, derrière la lentille précédente, une lentille convergente L_2 de façon à constituer un doublet $(-3,1,2)$.

- Quelle est la distance focale de la deuxième lentille ?
- Sur un schéma, construisez le foyer image du doublet.
- Construisez également le plan principal image du système.
- En calculant la distance focale de l'ensemble, vérifiez les résultats trouvés par construction.

Solution

- La lentille est divergente car elle est à bords épais : $\overline{SC_1} = -0.2\text{m}$ et $\overline{SC_2} = 0.3\text{m}$
($S_1 \equiv S_2 \equiv S$ car la lentille est mince)

En fonctionnement dans l'air, la formule des lunetiers s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = (1 - n) \left(\frac{1}{\overline{SC_2}} - \frac{1}{\overline{SC_1}} \right)$$

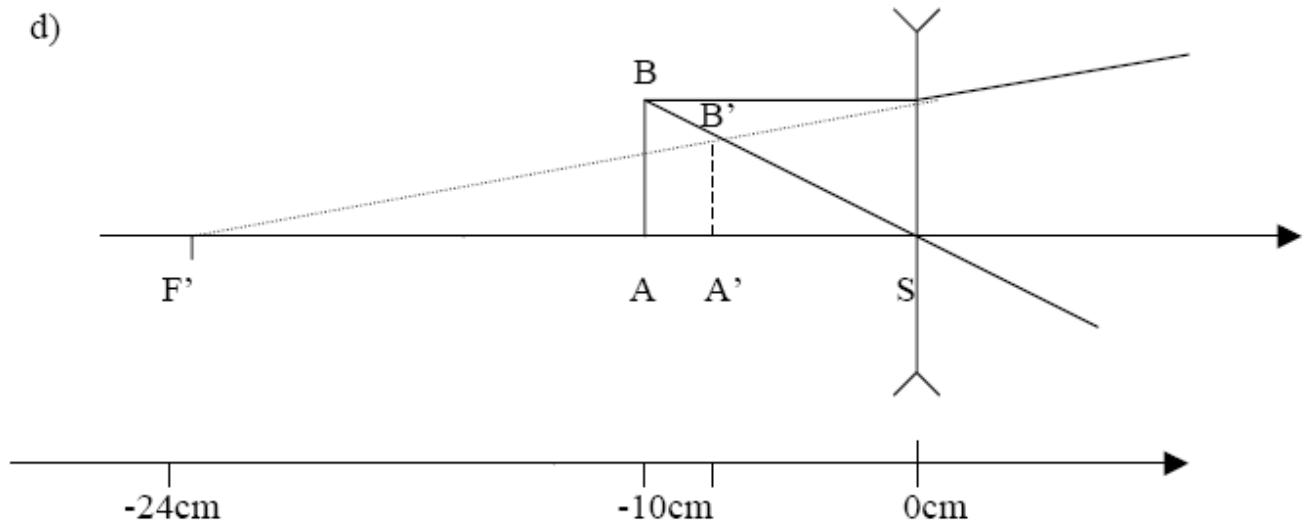
Si A se situe à l'infini, son image est F'

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = (1 - n) \left(\frac{1}{\overline{SC_2}} - \frac{1}{\overline{SC_1}} \right) = (-0.5) \left(\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.2} \right) = -\frac{25}{6}$$

$$\Rightarrow f' = -0.24\text{ m} = -24\text{ cm}$$

- $\overline{SA} = -0.1\text{m}$; $\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{-0.1} - \frac{25}{6} = -\frac{8.5}{0.6} \Rightarrow \overline{SA'} = -0.0705\text{m} = -7.05\text{ cm}$ image virtuelle

c) $\gamma = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{-7.05}{-10} = +0.705$ image droite

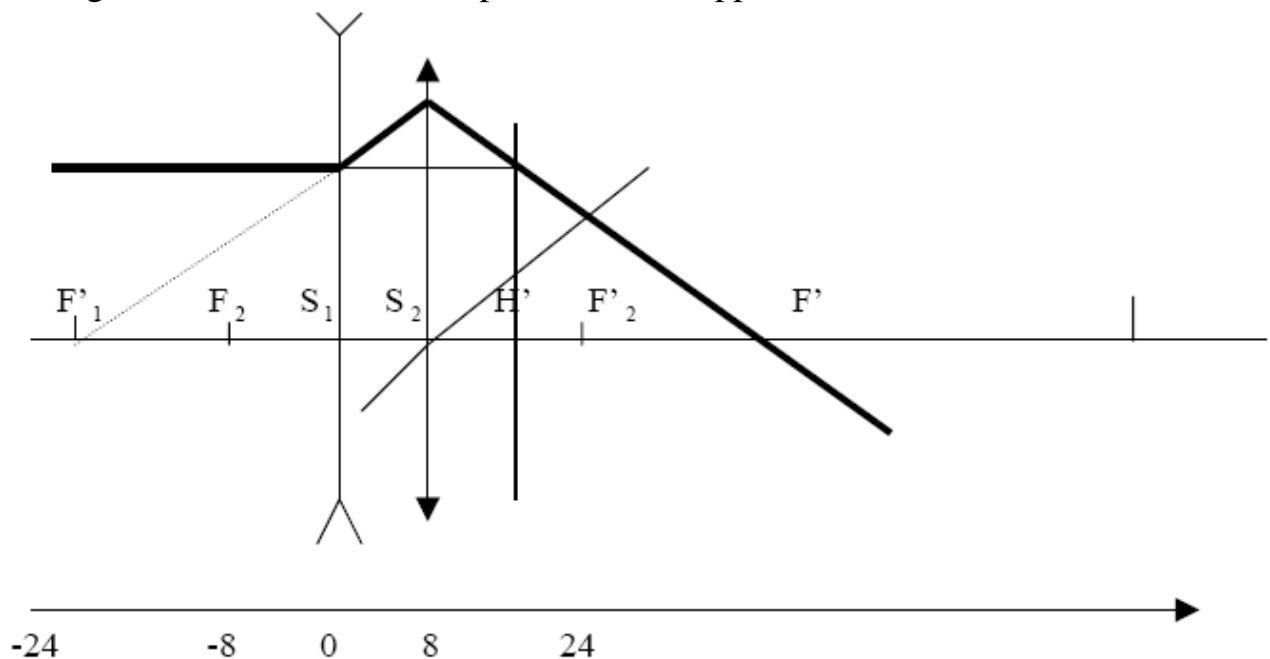


II) Doublet

e) Le symbole du doublet $(-3, 1, 2)$ est tel que : $\frac{f'_1}{-3} = \frac{e}{1} = \frac{f'_2}{2}$

Or $f'_1 = -24\text{cm}$ (d'après I) $\Rightarrow e = 8\text{ cm}$ et $f'_2 = 16\text{ cm}$

f) Les longueurs sur le schéma sont plus ou moins approximatives



$$\text{h) } A(-\infty) \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F' \quad \overline{F_2 F'_1 F'_2 F'} = f'_2 f_2 = -256 \text{ cm}^2$$

$$\overline{F'_2 F'} = \frac{-256}{\overline{F_2 S_2} + \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 F'_1}} = \frac{-256}{+16 - 8 - 24} = 16 \text{ cm}$$

Ce résultat est cohérent avec la construction

La formule de Gullstrand fournit la vergence de l'ensemble

$$C = C_1 + C_2 - \frac{e C_1 C_2}{N} = -\frac{1}{0.24} + \frac{1}{0.16} + \frac{0.08}{0.24 \times 0.16 \times 1} = 4.16 \text{ dioptries}$$

$$\overline{H' F'} = 0.24 \text{ m} = 24 \text{ cm}$$