الأستاذ: الصدقي عبد السلام إعدادية مولاي عبد الرحمان طنجة	الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الإعدادي دورة: يونيو 2014 لجهة طنجة – تطوان – الحسيمة	الثالثة إعدادي دولي مادة الرياضيات

Exercice 1 : (5 pts)

1) Résoudre l'équation : $5x - 4 = 3x - 1$

2) Résoudre l'inéquation : $5x - 4 \geq 3x - 1$, et représenter les solutions sur une droite graduée.

3) Est-ce que $1 - \sqrt{3}$ est une solution de l'équation $(1 + \sqrt{3})x + 2 = 0$? justifier.

4) a. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 28x + 32y = 45500 \end{cases}$

b. Le nombre total des élèves dans un collège est de 1500.
28% des garçons ont obtenu des conseils d'honneurs et 32% des filles ont obtenu des conseils des honneurs.
Sachant que le nombre de conseil d'honneur distribués est de 455. Quel est le nombre de filles dans ce collège ?

Exercice 2 : (4 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$

1) On considère la fonction linéaire f telle que : $f(-1) = 3$

a. Montrer que pour tout nombre réel x : $f(x) = -3x$

b. Est-ce que le point $A(2; -8)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f ?

c. Construire dans le repère $(O; I; J)$ la représentation graphique de la fonction f

2) On considère la fonction affine g définie par : $g(x) = x - 3$

a. Déterminer l'image de 2 par la fonction g .

b. Déterminer le nombre dont l'image est 2 par la fonction g .

c. Construire dans le repère $(O; I; J)$ la représentation graphique de la fonction g

3) a. Vérifier que pour tout nombre réel x on a : $f(x) + 3g(x) = -9$

b. Déterminer la valeur de b l'ordonnée de B point l'intersection de la représentation graphique de la fonction f et de la fonction g .

Exercice 3 : (4 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points :

$$A(-5; -2) \text{ , } B(5; 2) \text{ et } C(3; 7)$$

1) Représenter les points A , B et C .

2) Montrer que : $y = \frac{2}{5}x$ est l'équation réduite de la droite (AB) .

3) Montrer que le coefficient directeur de la droite (BC) est $\frac{-5}{2}$.

4) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B .

5) a. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par O et parallèle à la droite (BC) .

b. Vérifier que $K\left(1; \frac{-5}{2}\right)$ appartient à (Δ) .

6) Soit le point D tel que le quadrilatère $ADBC$ est un parallélogramme.
a. Vérifier que : O est le milieu de $[AB]$.
b. Calculer la distance OC , puis déduire la distance DC .

Exercice 4 : (2 pts)

Le tableau suivant donne une ventilation des âges d'un groupe des personnes abonné dans un club de sport.

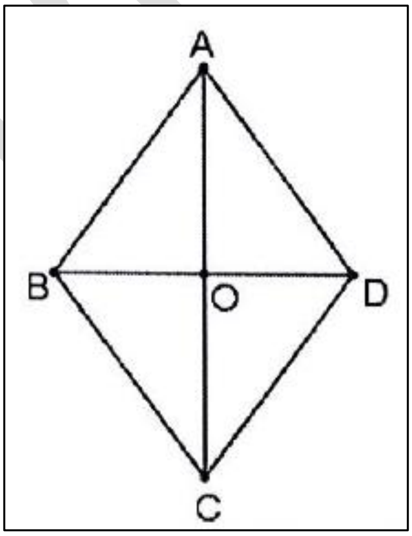
L'âge	17	18	22	24	28	29	30	37	38
Le nombre des abonnés	2	3	3	x	2	1	3	1	1

Sachant que la moyenne des âges de cet ensemble est 25.
1) Montrer que le nombre des abonnés qui ont l'âge de 24 ans est : 4
2) Déterminer le pourcentage des abonnés dont leur âge est supérieur à 23 ans.
3) Calculer l'âge médiane.

Exercice 5 : (2 pts)

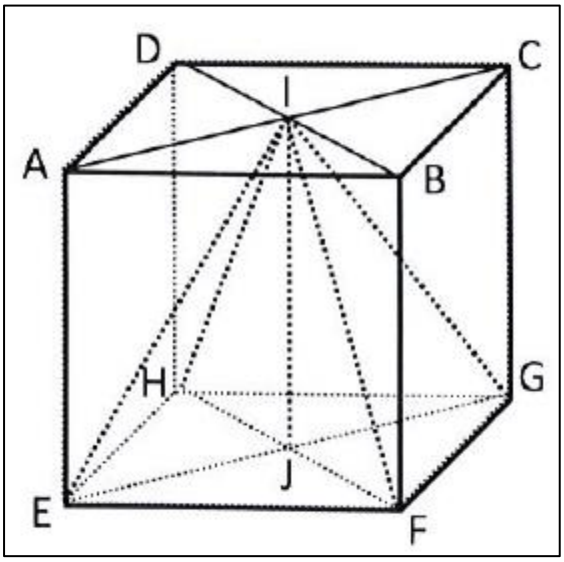
Soit $ABCD$ est losange de centre O,
Et T la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

1) Déterminer l'image de cercle de centre B et passant par O par la translation T .
2) Soient O' et A' les images de O et A respectivement par la translation T .
Montrer que le triangle $A'DO'$ est rectangle.
3) Montrer que la droite (AD) est l'image de la droite (BC) par la translation T .



Exercice 6 : (3 pts)

$ABCDEFGH$ un cube , I le centre de carrée $ABCD$
et $AB = 6\ cm$.
1) a. Montrer que $ID = 3\sqrt{2}\ cm$
b. Montrer que (DH) et (DI) sont perpendiculaires.
c. Déduire que : $IH = 3\sqrt{6}\ cm$
2) a. Montrer que le volume de la pyramide régulière $IEFGH$ est $72\ cm^3$
b. Le cube a été agrandi de façon que le volume de la pyramide $IEFGH$ devient $9000\ cm^3$
Calculer le rapport de cet agrandissement k



Exercice 1 : (5 pts)

1) On a : $5x - 4 = 3x - 1$

Alors : $5x - 3x = -1 + 4$

Signifie que : $2x = 3$

Donc : $x = \frac{3}{2}$

D'où la solution de cette équation est : $\frac{3}{2}$

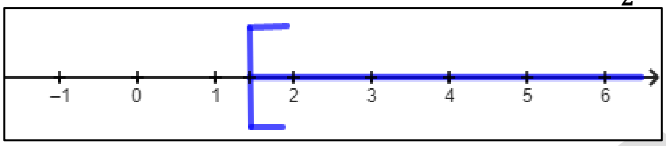
2) On a: $5x - 4 \geq 3x - 1$

Alors : $5x - 3x \geq -1 + 4$

Signifie que : $2x \geq 3$

Donc : $x \geq \frac{3}{2}$

D'où les solutions de cette inéquation sont tous les nombres réels qui sont supérieurs ou égaux à $\frac{3}{2}$ **.**



3) On a :

$$\left(1 + \sqrt{3}\right)\left(1 - \sqrt{3}\right) + 2 = 1^2 - \sqrt{3}^2 + 2$$
$$= 1 - 3 + 2$$
$$= 0$$

Donc : $1 - \sqrt{3}$ **est une solution de l'équation :**

$$\left(1 + \sqrt{3}\right)x + 2 = 0$$

3) a. On a : $\begin{cases} x + y = 1500 & (1) \\ 28x + 32y = 45500 & (2) \end{cases}$

- Dans l'équation (1) **on exprime** x **en fonction de** y **:**

On a : $x + y = 1500$

Alors : $x = 1500 - y$

- Dans l'équation (2) **on remplace** x **par** $(1500 - y)$ **; on obtient :**

$$28(1500 - y) + 32y = 45500$$

Alors : $42000 - 28y + 32y = 45500$

Signifie que : $4y = 45500 - 42000$

Signifie que : $y = \frac{3500}{4}$

Donc : $y = 875$

Par suite : $x = 1500 - 875$

Donc : $x = 625$

D'où le couple $(625\,;875)$ **est la solution de ce système.**

b. Choix des inconnues :

Soit x **le nombre de garçons.**

Et y **le nombre de filles.**

- Mise en système :

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ \frac{28}{100}x + \frac{32}{100}y = 455 \end{cases}$$

- Résolution du système :

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ \frac{28}{100}x + \frac{32}{100}y = 455 \end{cases}$$

On multiplie l'équation (2) par 100 **, on obtient :**

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 28x + 32y = 45500 \end{cases}$$

D'où : d'après la question 3) a. le couple $(625\,;875)$ **est la solution de ce système.**

- Vérification :

$$\begin{cases} 625 + 875 = 1500 \\ \frac{28}{100} \times 625 + \frac{32}{100} \times 875 = 175 + 280 = 455 \end{cases}$$

- Retour au problème :

- Le nombre de fils est : 625

- Le nombre de filles est : 875

Exercice 2 : (4 pts)

1) a. On a : f **est une fonction linéaire.**

Alors : $f(x) = ax$

Par suite : $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(-1)}{-1} = \frac{3}{-1} = -3$

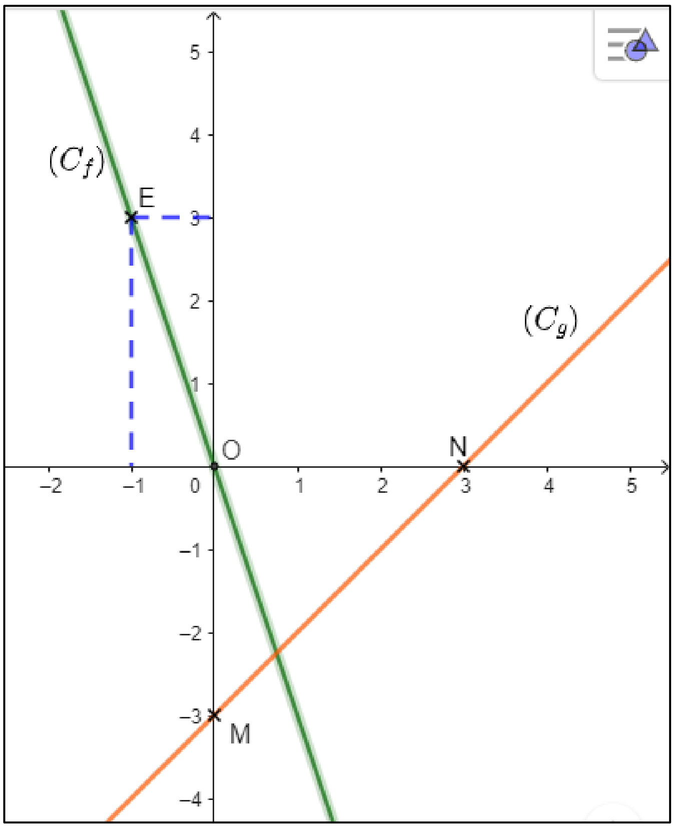
D'où : $f(x) = -3x$

b. On a : $f(2) = -3 \times 2 = -6 \neq 8$

Alors : le point $A(2, -8)$ **n'appartient pas à la représentation graphique de la fonction** f **.**

c.

x	-1
$f(x)$	3
	$E(-1;3)$



2) a. On a : $g(2) = 2 - 3 = -1$

Alors : l'image de 2 par g est : -1.

b. On a : $g(x) = x - 3$ et $g(x) = 2$

Alors : $x - 3 = 2$

Par suite : $x = 3 + 2$

Donc : $x = 5$

D'où : le nombre qui a pour image 2 par g est : 5

c. Voir la figure.

x	0	3
$g(x)$	-3	0
	$M(0;-3)$	$N(3;0)$

3) a. on a : $f(x) + 3g(x) = -3x + 3(x-3)$

$$= -3x + 3x - 9$$
$$= -9$$

Donc : $f(x) + 3g(x) = -9$

b. On a : B est le point d'intersection de la représentation graphique des fonctions f et g .

Alors : l'abscisse du point B est la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

Par suite : $-3x = x - 3$

C-à-d : $-3x - x = -3$

C-à-d : $-4x = -3$

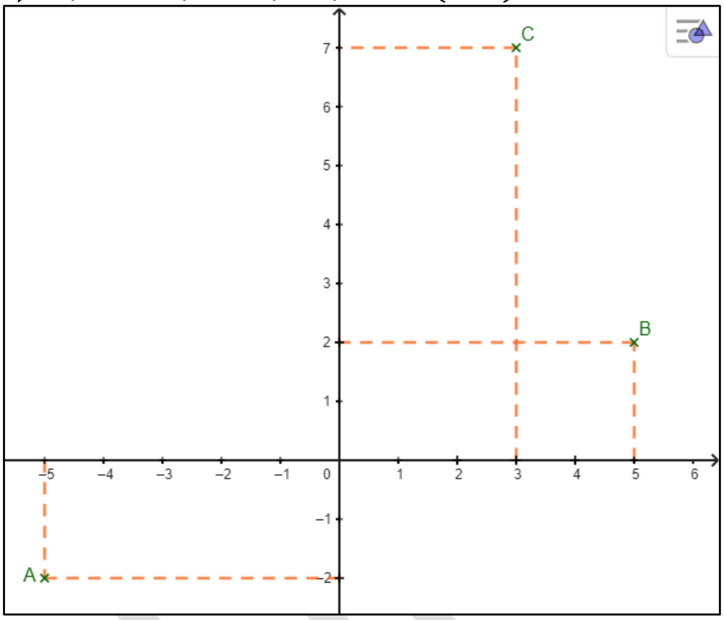
Donc : $x = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

Par suite : $b = f\left(\frac{3}{4}\right) = -3 \times \frac{3}{4} = \frac{-9}{4}$

D'où : l'ordonnée b du point B est : $\frac{-9}{4}$

Exercice 3 : (4 pts)

1) $A(-5;-2)$, $B(5;2)$ et $C(3;7)$



2) On sait que : $(AB) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $A \in (AB)$ et $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-(-2)}{5-(-5)} = \frac{2+2}{5+5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Par suite : $y = \frac{2}{5}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $B \in (AB)$

Alors : $y_B = \frac{2}{5}x_B + p$

C-à-d : $2 = \frac{2}{5} \times 5 + p$

C-à-d : $2 = 2 + p$

C-à-d : $p = 2 - 2$

Donc : $p = 0$

D'où : (AB) : $y = \frac{2}{5}x$

3) On a : $B \in (BC)$ et $C \in (BC)$

Alors : $m_{(BC)} = \frac{y_C - y_B}{x_C - B} = \frac{7-2}{3-5} = \frac{5}{-2} = \frac{-5}{2}$

4) On a : $m_{(AB)} \times m_{(BC)} = \frac{2}{5} \times \frac{-5}{2} = -1$

Alors : $(AB) \perp (BC)$ en B .

Par suite : ABC est un triangle rectangle en B .

5) a. on sait que : $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(\Delta)//(BC)$

Alors : $m_{(\Delta)} = m_{(BC)} = \frac{-5}{2}$

Par suite : $y = \frac{-5}{2}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : la droite (Δ) passe par le point $O(0;0)$.

Alors : $y_O = \frac{-5}{2}x_O + p$

C-à-d : $0 = \frac{-5}{2} \times 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(\Delta) : \quad y = \frac{-5}{2}x$

b. On a : $\frac{-5}{2}x_K = \frac{-5}{2} \times 1 = \frac{-5}{2} = y_K$

Alors : $K\left(1, \frac{-5}{2}\right) \in (\Delta)$

6) a. On a : $\frac{x_A+x_B}{2} = \frac{-5+5}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_O$

Et on a : $\frac{y_A+y_B}{2} = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_O$

Alors : $O(0\,;0)$ est le milieu de segment $[AB]$.

b. – Calculer OC .

On a : $OC = \sqrt{(x_C - x_O)^2 + (y_C - y_O)^2}$

Alors : $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (7-0)^2}$

C-à-d : $OC = \sqrt{9+49}$

D'où : $OC = \sqrt{58}\ cm$

- Déduire la distance DC .

On a : $ADBC$ est un parallélogramme.

Alors leurs diagonales $[DC]$ et $[AB]$ ayant même milieu.

Et puisque : O est le milieu de segment $[AB]$.

Alors : O est le milieu de segment $[DC]$.

Par suite : $DC = 2OC = 2\sqrt{58}$

Exercice 4 : (2 pts)

1) On sait que la moyenne d'une série statistique est :

$$m = \frac{17\times2+18\times3+22\times3+24\times x+28\times2+29\times1+30\times3+37\times1+38\times1}{2+3+3+x+2+1+3+1+1}$$

$$m = \frac{34+54+66+24x+56+29+90+37+38}{16+x}$$

$m = \frac{404+24x}{16+x}$

Et on a : $m = 25$

Alors : $\frac{404+24x}{16+x} = 25$

Par suite : $404 + 24x = 25(16+x)$

C.-à-d. : $404 + 24x = 400 + 25x$

C.-à-d. : $24x - 25x = 400 - 404$

C.-à-d. : $-x = -4$

D'où : $x = 4$

2) On a le nombre des abonnés dont leur âge est supérieur à 23 ans est :

$$4+2+1+3+1+1 = 12$$

Et on a le nombre total des abonnés est :

$$2+3+3+4+2+1+3+1+1 = 20$$

Par suite : $20 \longrightarrow 100\ \%$

$12 \longrightarrow x$

Donc : $x = \frac{12\times100\ \%}{20}$

D'où : $x = 60\ \%$

3) La médiane :

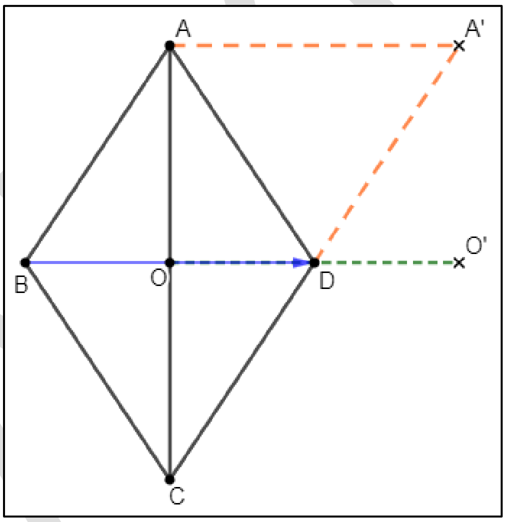
L'âge	17	18	22	24	28	29	30	37	38
Le nombre des abonnés	2	3	3	4	2	1	3	1	1
Effectif cumulé	2	5	8	12	14	15	18	19	20

On a : $\frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$

Et on a : le plus petit effectif cumulé supérieur ou égal à 10 est 12, associé à la valeur 24.

Alors : la médiane est 24.

Exercice 5 : (2 pts)



1) Soit (C) le cercle de centre B et de rayon $r = BO$.

On a : D l'image de B par la translation T .

Et puisque : O le centre de losange $ABCD$.

Alors : $BO = DO$

D'où : l'image de cercle (C) par la translation T est le cercle (C') de centre D et de rayon $r' = DO$

2) On a : O le centre de losange $ABCD$

Alors : $(AC) \perp (BD)$ en O .

Par suite : $\widehat{AOB}$ est un angle droit.

Et on a par la translation T :

- D l'image de B .
- O' l'image de O .
- A' l'image de A .

Alors : $\widehat{A'O'D}$ est l'image de l'angle $\widehat{AOB}$ par la translation T .

Et puisque : la translation conserve la mesure des angles.

Alors : $\widehat{A'O'D} = \widehat{AOB} = 90^{\circ}$

D'où : le tringle $A'DO'$ est rectangle en O'.

3) On a : D l'image de B par la translation T .

Et : $(AD) \mathbin{//} (BC)$, car $ABCD$ est un losange.

Et puisque : l'image d'une droite par une translation est une droite qui lui parallèle.
Alors : l'image de (BC) est une droite qui lui parallèle et qui passe par D .
D'où : (AD) est l'image de la droite (BC) par la translation T .

Exercice 6 : (3 pts)

1) a. On a : $ABCD$ est un carré
Alors ABD est un triangle rectangle en A
Donc d'après le théorème de Pythagore direct,
on a : $BD^2 = AB^2 + AD^2$
C-à-d : $BD^2 = 6^2 + 6^2$
C-à-d : $BD^2 = 36 + 36$
C-à-d : $BD^2 = 72$
C-à-d : $BD = \sqrt{72}$
C-à-d : $BD = \sqrt{36 \times 2}$
Donc : $BD = 6\sqrt{2}\ cm$
Et on : I **est le centre du carrée** $ABCD$
Alors : I **est le milieu de** $[BD]$
Par suite : $ID = \frac{BD}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\ cm$
b. On a : $DHGC$ est un carrée
Alors : $(DH) \perp (DC)$
Et on a : $ADHE$ est un carrée
Alors : $(DH) \perp (AD)$
Et puisque : (DC) et (AD) sont incluses dans le plan $(ABCD)$ et sécantes en D
Alors : $(DH) \perp (ABCD)$
Et puisque : (DI) est incluse dans le plan $(ABCD)$
Alors : $(DH) \perp (DI)$
c. On a : $(DH) \perp (DI)$
Alors DHI est un triangle rectangle en D
Donc d'après le théorème de Pythagore direct,
on a : $IH^2 = DH^2 + DI^2$
C-à-d : $IH^2 = 6^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$
C-à-d : $IH^2 = 36 + 18$
C-à-d : $IH^2 = 54$
C-à-d : $IH = \sqrt{54}$
Donc : $IH = 3\sqrt{6}\ cm$
2) a. On sait que : $V = \frac{1}{3} S_B \times h$
Et on a : $h = IJ = DH = 6\ cm$
C-à-d : $V = \frac{1}{3} \times EF^2 \times DH$
C-à-d : $V = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 6$
C-à-d : $V = \frac{1}{3} \times 36 \times 6$
Donc : $V = 72\ cm^3$
b. Soit V' le volume du pyramide $IEFGH$ après un agrandissement de rapport k.
Donc : $V' = k^3 \times V$
Par suite : $k^3 = \frac{V'}{V}$
C-à-d : $k^3 = \frac{9000}{72}$
C-à-d : $k^3 = 125$
C-à-d : $k^3 = 5^3$
Donc : $K = 5$