الأستاذ: الصدقي عبد السلام إعدادية مولاي عبد الرحمان طنجة	الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الإعدادي دورة: يونيو 2015 لجهة طنجة – تطوان – الحسيمة	الثالثة إعدادي دولي مادة الرياضيات

Exercice 1 : (5 pts)

1) Résoudre les équations suivantes :

a. $5x + 12 = 62$

b. $x^2 - 9 = 0$

2) Résoudre l'inéquation $2x - 3 \leq 0$ **, et représenter les solutions sur une droite graduée.**

3) a. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 6 \end{cases}$

b. Le périmètre d'un rectangle est de 48 cm **et sa longueur est supérieure de 6** cm **à sa largeur. Calculer la largeur de ce rectangle.**

Exercice 2 : (4 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$

1) On considère la fonction linéaire f **telle que :** $f(x) = -2x$

a. Déterminer l'image de 3 et l'image de $\frac{2}{3}$ **par la fonction** f **.**

b. Quel est le nombre qui a pour image 1 par la fonction f **?**

c. Construire dans le repère $(O; I; J)$ **la représentation graphique de la fonction** f

2) On considère la fonction affine g **de coefficient 2 tel que :** $g(2) = 6$

a. Sans aucun calcul, Déterminer la valeur de : $\frac{g(3)-g(2)}{3-2}$

b. Exprimer $g(x)$ **en fonction** x **.**

3) Vérifier que $f\left(\frac{-1}{2}\right) = g\left(\frac{-1}{2}\right) = 1$ **, puis donner une interprétation graphique de ce résultat.**

Exercice 3 : (4 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) **, on considère les points :**

$$A(0; -1)\ ,\ B(4; -2)\ ,\ E(1; 3) \text{ et } F(-1; -5)$$

1) Représenter les points A **,** B **,** E **et** F **.**

2) a. Montrer que la pente de la droite (AB) **est** $\frac{-1}{4}$ **.**

b. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) **qui passe par** O **l'origine de repère et parallèle à la droite** (AB) **.**

3) Montrer que l'équation réduite de la droite (EF) **est** $y = 4x - 1$ **.**

4) a. Montrer que le point A **est le milieu de segment** $[EF]$ **.**

b. Montrer que la droite (AB) **est la médiatrice du segment** $[EF]$ **.**

5) Calculer la distance BE **, et déduire** BF **.**

Exercice 4 : (2 pts)

$ABCD$ est un rectangle de centre O tel que : $AB = 3cm\ et\ AD = 4cm$
On considère t la translation qui transforme le point A en C .
1) a. Construire le point B' l'image du point B par la translation t .
b. Montrer que le point C est le milieu de $[B'D]$.
2) Soit (E) le cercle de centre A et passant par O, Déterminer (E') l'image du cercle (E) par la translation t .

Exercice 5 : (2 pts)

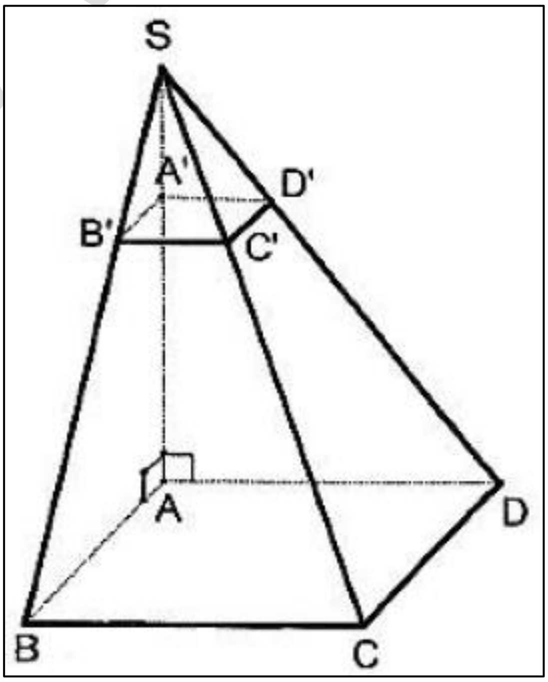
Dans une compétition, des candidats ont obtenu les notes suivantes en mathématiques :

La note	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
L'effectif	3	3	6	8	9	5	6	5	3	1	1

1) Déterminer le nombre des candidats qui ont passé la compétition.
2) Calculer la moyenne de cette série statistique.
3) Déterminer le pourcentage de candidats qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 en mathématiques.

Exercice 6 : (3 pts)

Soit $SABCD$ une pyramide de base le rectangle $ABCD$ et sa hauteur $[SA]$ telle que :
$SA = 15\ cm$, $AB = 8\ cm$ et $BC = 11\ cm$
A' est un point de $[SA]$ tel que : $SA' = 3\ cm$
1) Calculer V_1 le volume de la pyramide $SABCD$
2) Montrer que $SB = 17\ cm$
3) On coupe la pyramide $SABCD$ par un plan parallèle à la base et passant par le point A' , on obtient la pyramide $SA'B'C'D'$ qui représente la réduction de la pyramide $SABCD$.
a. Déterminer k le rapport de réduction.
b. Calculer V_2 le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$ en fonction de V_1



Exercice 1 : (5 pts)

1) a. On a : $5x + 12 = 62$

Alors : $5x = 62 - 12$

Signifie que : $5x = 50$

Donc : $x = \frac{50}{5} = 10$

D'où la solution de cette équation est : 10

b. On a: $x^2 - 9 = 0$

Alors : $x^2 - 3^2 = 0$

Signifie que : $(x+3)(x-3) = 0$

Signifie que : $x + 3 = 0$ ou $x - 3 = 0$

Donc : $x = -3$ ou $x = 3$

D'où les solutions de cette équation sont : -3 et 3

2) On a: $2x - 3 \leq 0$

Alors : $2x \leq 3$

Donc : $x \leq \frac{3}{2}$

D'où les solutions de cette inéquation sont tous les nombres réels qui sont inférieurs ou égaux à $\frac{3}{2}$.

3) a. On a : $\begin{cases} x + y = 24 & (1) \\ x - y = 6 & (2) \end{cases}$

- Dans l'équation (2) on exprime x en fonction de y :

On a : $x - y = 6$

Alors : $x = 6 + y$

- Dans l'équation (1) on remplace x par $(6 + y)$; on obtient :

$$6 + y + y = 24$$

Alors : $2y = 24 - 6$

Signifie que : $2y = 18$

Signifie que : $y = \frac{18}{2}$

Donc : $y = 9$

Par suite : $x = 6 + 9$

Donc : $x = 15$

D'où le couple $(15\,;9)$ est la solution de ce système.

b. Choix des inconnues :

Soit x la longueur de ce rectangle.

Et y la largeur de ce rectangle.

- Mise en système :

$$\begin{cases} 2(x+y) = 48 \\ x = y + 6 \end{cases}$$

- Résolution du système :

On a : $\begin{cases} 2(x+y) = 48 \\ x = y + 6 \end{cases}$

Alors : $\begin{cases} x + y = \frac{48}{2} \\ x - y = 6 \end{cases}$

Par suite : $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 6 \end{cases}$

D'où : d'après la question 3) a. le couple $(15\,;9)$ est la solution de ce système.

- Vérification :

$\begin{cases} 2(15+9) = 2 \times 24 = 48 \\ 15 = 9 + 6 \end{cases}$

- Retour au problème :

- La longueur de ce rectangle est : 15 cm.
- La largeur de ce rectangle est : 9 cm.

Exercice 2 : (4 pts)

1) a. On a : $f(x) = -2x$

✓ $f(3) = -2 \times 3 = -6$

✓ $f\left(\frac{2}{3}\right) = -2 \times \frac{2}{3} = \frac{-4}{3}$

b. On a : $f(x) = -2x$ et $f(x) = 1$

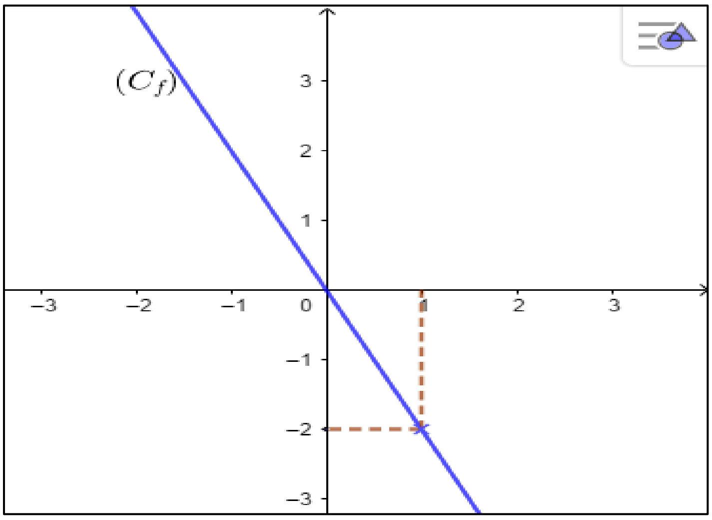
Alors : $-2x = 1$

Par suite : $x = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

D'où : le nombre qui a pour image 1 est : $\frac{-1}{2}$

c.

x	0	1
$f(x)$	0	-2



2) a. On a : g est une fonction affine telle que leur coefficient est : $a = 2$

Alors : $a = \frac{g(3) - g(2)}{3 - 2} = 2$

D'où : $\frac{g(3)-g(2)}{3-2} = 2$

b. On a : g est une fonction affine telle que leur coefficient est : $a = 2$

Alors : $g(x) = 2x + b$

✓ Déterminons b :

On a : $g(2) = 6$

Alors : $2 \times 2 + b = 6$

C-à-d : $4 + b = 6$

C-à-d : $b = 6 - 4$

Donc : $b = 2$

D'où : $g(x) = 2x + 2$

3) On a : $f\left(\frac{-1}{2}\right) = -2 \times \frac{-1}{2} = 1$

Et on a : $g\left(\frac{-1}{2}\right) = 2 \times \frac{-1}{2} + 2 = -1 + 2 = 1$

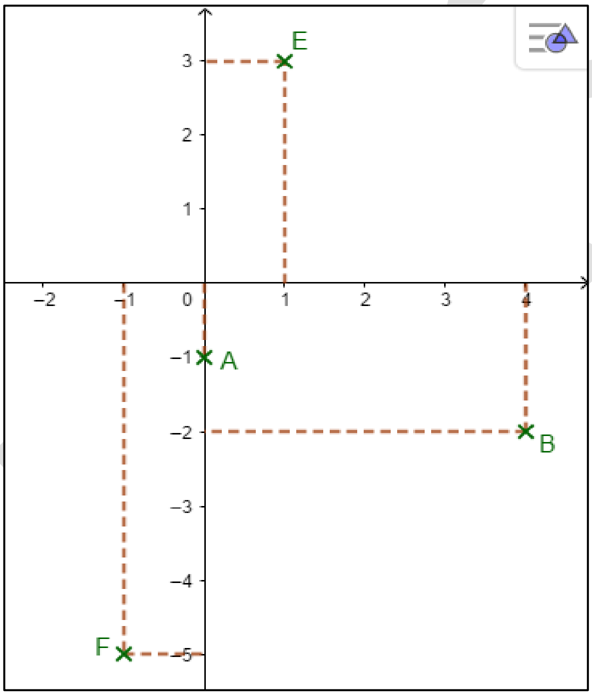
Par suite : $f\left(\frac{-1}{2}\right) = g\left(\frac{-1}{2}\right) = 1$

- Et puisque : $f\left(\frac{-1}{2}\right) = g\left(\frac{-1}{2}\right) = 1$

Alors : la représentation graphique des fonctions f et g se coupent en point de coordonnées $\left(\frac{-1}{2}; 1\right)$

Exercice 3 : (4 pts)

1) $A(0 ; -1)$; $B(4 ; -2)$; $E(1 ; 3)$; $F(-1 ; -5)$



2) a. On a : $A \in (AB)$ et $B \in (AB)$

Alors : $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-(-1)}{4-0} = \frac{-2+1}{4} = \frac{-1}{4}$

b. on sait que : $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $(\Delta)//(AB)$

Alors : $m_{(\Delta)} = m_{(AB)} = \frac{-1}{4}$

Par suite : $y = \frac{-1}{4}x + p$

✓ Déterminons p :

On a : (Δ) passe le point $O(0 ; 0)$

Alors : $y_O = \frac{-1}{4}x_O + p$

C-à-d : $0 = \frac{-1}{4} \times 0 + p$

Donc : $p = 0$

D'où : $(\Delta) : y = \frac{-1}{4}x$

3) On sait que : $(EF) : y = mx + p$

✓ Déterminons m :

On a : $E \in (EF)$ et $F \in (EF)$

Alors : $m_{(EF)} = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{-5-3}{-1-1} = \frac{-8}{-2} = 4$

Par suite : $y = 4x + p$

✓ Déterminons p :

On a : $E \in (EF)$

Alors : $y_E = 4x_E + p$

C-à-d : $3 = 4 \times 1 + p$

C-à-d : $3 = 4 + p$

Donc : $p = 3 - 4 = -1$

D'où : (EF): $y = 4x - 1$

4) a. On a : $\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_A$

Et on a : $\frac{y_E + y_F}{2} = \frac{3+(-5)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 = y_A$

Alors : $A(0 ; -1)$ est le milieu de segment $[EF]$.

b. On a : $m_{(EF)} \times m_{(AB)} = 4 \times \frac{-1}{4} = -1$

Alors : $(EF) \perp (AB)$

Et puisque : le point A est le milieu de $[EF]$.

Alors : la droite (AB) passe par le milieu de $[EF]$

D'où : la droite (AB) est la médiatrice de $[EF]$.

5) - calculer la distance BE :

On a : $BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2}$

Alors : $BE = \sqrt{(1-4)^2 + (3-(-2))^2}$

C-à-d : $BE = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2}$

C-à-d : $BE = \sqrt{9 + 25}$

D'où : $BE = \sqrt{34}\ cm$

- Distance BF :

On a : le point B appartient à la droite (AB)

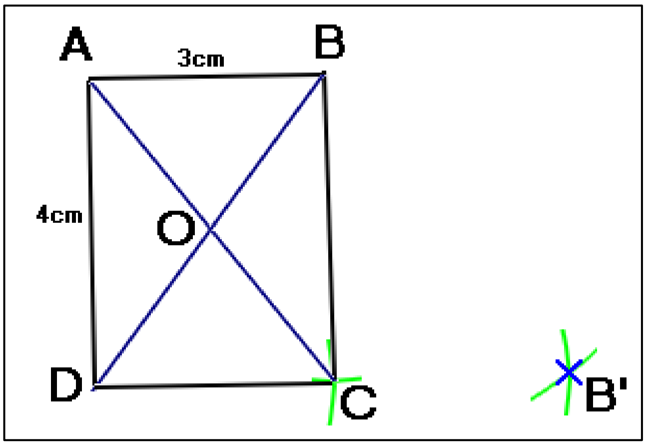
Et on a : la droite (AB) est la médiatrice de $[EF]$

Alors : le point B est équidistance à les extrémités de segment $[EF]$.

Par suite : $BF = BE = \sqrt{34}$

Exercice 4 : (2 pts)

1) a. figure.



b. On a : B' est l'image de B par la translation t .

Alors : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BB'}$

Par suite : $ABB'C$ est un parallélogramme.

Donc : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB'}$ (1)

Et on a : $ABCD$ est un rectangle.

Alors : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (2)

Donc d'après (1) et (2) on a : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB'}$

D'où : C est le milieu du segment $[B'D]$.

2) On a : (E) le cercle de centre A et de rayon $r = OA$.

Et on : C est l'image de A par la translation t .

Et puisque : $ABCD$ est un rectangle.

Alors : $OC = OA$.

D'où : l'image de cercle (E) par la translation t est le cercle (E') de centre C et de rayon $r' = OC$.

Exercice 5 : (2 pts)

1) On a le nombre des candidats qui ont passé la compétition est l'effectif total.

Alors : $N = 1 + 1 + 3 + 5 + 6 + 5 + 9 + 8 + 6 + 3 + 3$

D'où : $N = 50$

2) La moyenne :

$$m = \frac{1 \times 5 + 1 \times 6 + 3 \times 7 + 5 \times 8 + 6 \times 9 + 5 \times 10 + 9 \times 11 + 8 \times 12 + 6 \times 13 + 3 \times 14 + 3 \times 15}{50}$$

$$m = \frac{5 + 6 + 21 + 40 + 54 + 50 + 99 + 96 + 78 + 42 + 45}{50}$$

$$m = \frac{536}{50}$$

Donc : $m = 10,72$

3) Le nombre de candidats qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 en mathématiques est : $5 + 9 + 8 + 6 + 3 + 3 = 34$

Par suite : $50 \longrightarrow 100\ \%$

$34 \longrightarrow x$

Donc : $x = \frac{34 \times 100\ \%}{50}$

D'où : $x = 68\ \%$

Exercice 6 : (3 pts)

1) On a : SABCD est la pyramide de base le rectangle ABCD, et sa hauteur est $[SA]$

Alors : $V_1 = \frac{1}{3} \times S_{ABCD} \times SA$

C-à-d : $V_1 = \frac{1}{3} \times BC \times AB \times SA$

C-à-d : $V_1 = \frac{1}{3} \times 11 \times 8 \times 15$

Donc : $V_1 = 440\ cm^3$

2) On a : $[SA]$ est la hauteur du pyramide SABCD

Alors : la droite (SA) est perpendiculaire au plan $(ABCD)$ en A.

Et puisque : la droite (AB) est incluse dans le plan $(ABCD)$.

Alors : la droite (SA) est perpendiculaire à la droite (AB) en A.

Par suite : le triangle SAB est rectangle en A

Donc d'après le théorème de Pythagore direct, on a : $SB^2 = SA^2 + AB^2$

Donc : $SB^2 = 15^2 + 8^2$

C-à-d : $SB^2 = 225 + 64$

C-à-d : $SB^2 = 289$

C-à-d : $SB = \sqrt{289}$

D'où : $SB = 17\ cm$

3) a. On a : la pyramide $SA'B'C'D'$ est la réduction de la pyramide SABCD

Alors : $[SA']$ est la réduction de $[SA]$

Par suite : $SA' = K \times SA$

Donc : $K = \frac{SA'}{SA}$

D'où : $K = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

b. On a : la pyramide $SA'B'C'D'$ est la réduction de la pyramide SABCD

Alors : $V_2 = k^3 \times V_1$

C-à-d : $V_2 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 440$

C-à-d : $V_2 = \frac{1}{125} \times 440$

D'où : $V_2 = 3,52\ cm^3$