

# الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الإعدادي

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

Coef :3

Durée : 2h

Nom et Prénom :

N° Examen

Réserve

Date et lieu de naissance :

.....

.....

P: 1/8

## الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الإعدادي

Réserve

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

Durée : 2h

Coef :3

.....

Note :

/20

Note en lettres

Nom du coordinateur

Ex : 1

Ex : 2 et 3

Ex: 4 et 3

Ex: 6 et ...

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

### EXERCICE : 1 ( 5 pts )

0.5

1) Résoudre l'équation :  $\sqrt{3}(x - \sqrt{3}) = 5$

.....

.....

.....

.....

1

2) Résoudre l'équation :  $\left(\frac{x}{2} + 5\right)\left(2x - \frac{3}{4}\right) = 0$

.....

.....

.....

.....

1.5

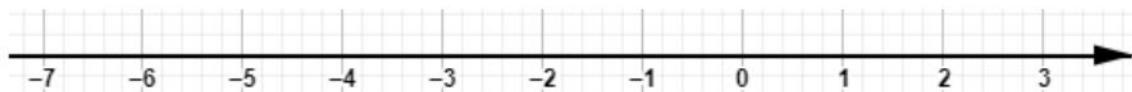
3) Résoudre l'inéquation:  $5x + 6 < 3x + 2$  puis représenter les solutions sur la droite graduée ci-dessous.

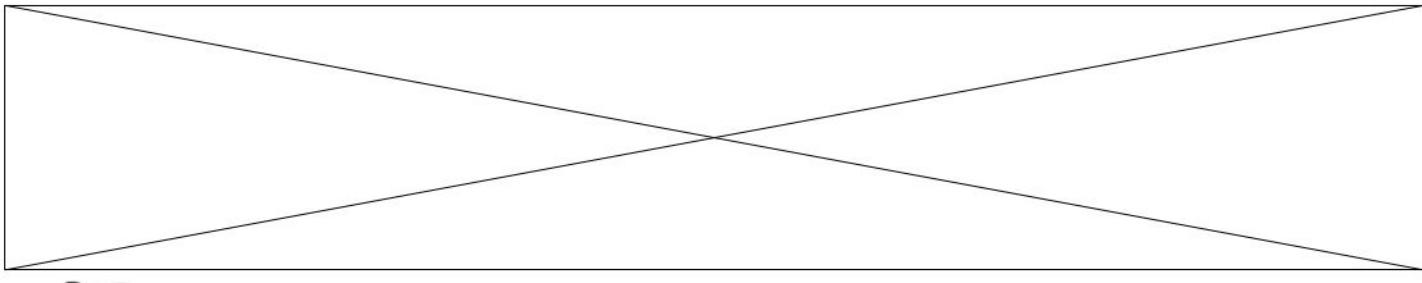
.....

.....

.....

.....





P: 2/8

Session : juin 2023

**Matière :** Mathématiques

الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الاعدادي

**4) a)** Résoudre le système :  $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 420 \end{cases}$

1

**b)** A l'occasion de la fête des mères, Ahmed et Youssef ont décidé d'acheter une montre qui coûte 500 dh, pour l'offrir à leur mère .

1

Sachant que les économies d'Ahmed représentent les deux tiers de celles de Youssef et que le prix de la montre dépasse leurs économies de 80 dhs .

Quel est le montant des économies d'Ahmed ?

~~X~~

P: 3/8

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الاعدادي

**EXERCICE : 2 ( 2 pts )**

Le tableau statistique suivant présente le prix de vente d'un produit dans 40 magasins répartis dans différentes régions .

Le prix de vente en (dh) ( caractère)	10	11	13	14	16
Nombre de magasins ( effectif )	6	12	8	10	4
Effectif cumulé					

1) Déterminer le mode de cette série statistique.

0.25

2) Montrer que la moyenne arithmétique de cette série statistique est **12,5**

0.5

3) Compléter le tableau des effectifs cumulés, puis déterminer la médiane de cette série statistique.

0.75

4) Déterminer le pourcentage de magasins qui vendent ce produit à un prix inférieur à la moyenne arithmétique.

0.5

~~X~~

P: 4/8

Session : juin 2023

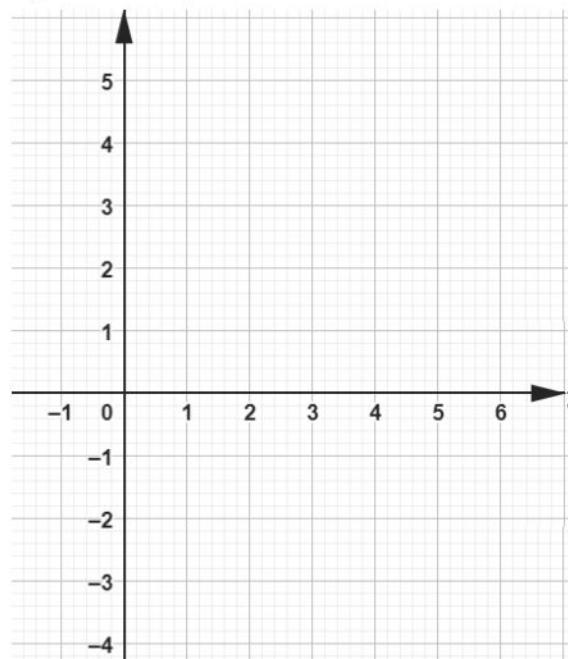
Matière : Mathématiques

الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الإعدادي

**EXERCICE : 3 ( 4 pts )**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , on considère les points  $A(3, 2)$  et  $B(5, -2)$

**1) Placer les points : A et B**



**2) a) Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$**

**b) Calculer la distance  $AB$**

**3) Montrer que le point  $K(4, 0)$  est le milieu du segment  $[AB]$**

**4) Montrer que le coefficient directeur de  $(AB)$  est  $-2$**

**5) On considère la droite  $(D)$  d'équation réduite :  $y = \frac{1}{2}x - 2$**

**a) Montrer que le point  $K$  appartient à la droite  $(D)$**

~~X~~

P: 5/8

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الاعدادي

b) En déduire que la droite  $(D)$  est la médiatrice du segment  $[AB]$

0.5

6) a) Déterminer l'équation réduite de la droite  $(\Delta)$  passant par  $O$  et parallèle à  $(AB)$

0.5

b) Déterminer les coordonnées du point  $H$ , l'intersection des droites  $(D)$  et  $(\Delta)$

0.5

**EXERCICE : 4 ( 4 pts )** Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$

1) On considère la fonction linéaire  $f$  telle que :  $f(-1) = 4$

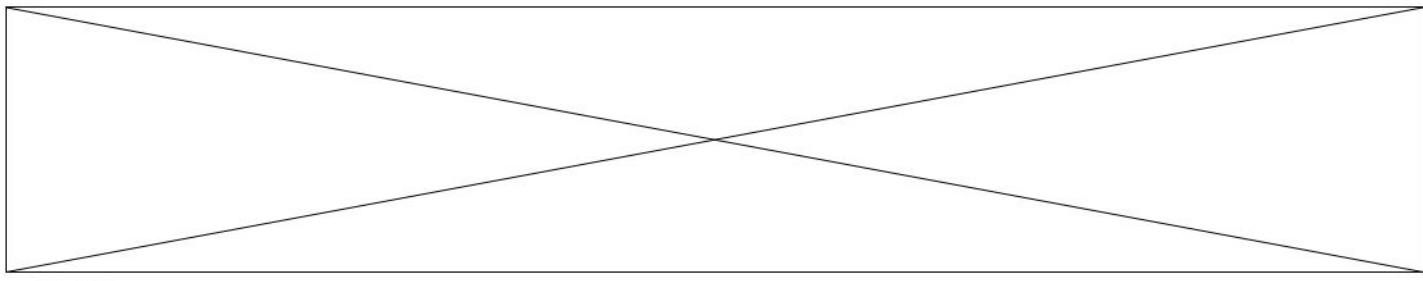
a) Montrer que :  $f(x) = -4x$

b) Calculer l'image de  $\frac{3}{4}$  par la fonction  $f$

0.5

+

0.5



P: 6/8

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة الملاك الإعدادي

2) On considère la fonction affine  $g$  qui vérifie :  $g(0) = 2$  et  $g(3) = 1$

a) Monter que :  $g(x) = \frac{-1}{3}x + 2$

1

b) Déterminer le nombre dont l'image par la fonction  $g$  est  $\frac{7}{3}$

0.5

3) Sur la figure , on donne (D) la représentation graphique de la fonction  $g$  dans le repère  $(O, I, J)$

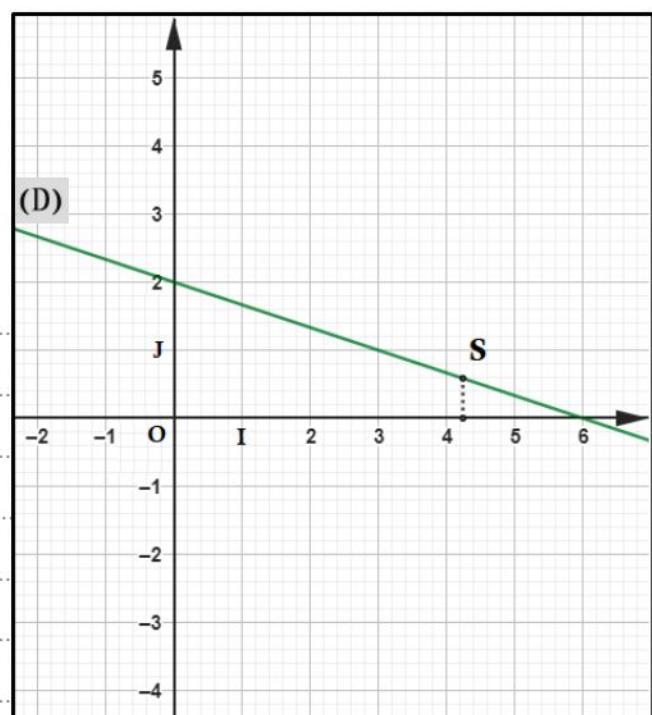
0.75

a) Construire dans le même repère  
la représentation graphique de la fonction  $f$

0.75

b) S est un point de (D) d'abscisse  $3\sqrt{2}$

Déterminer algébriquement l'ordonnée du point S



~~Exercice~~

P: **7/8**

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

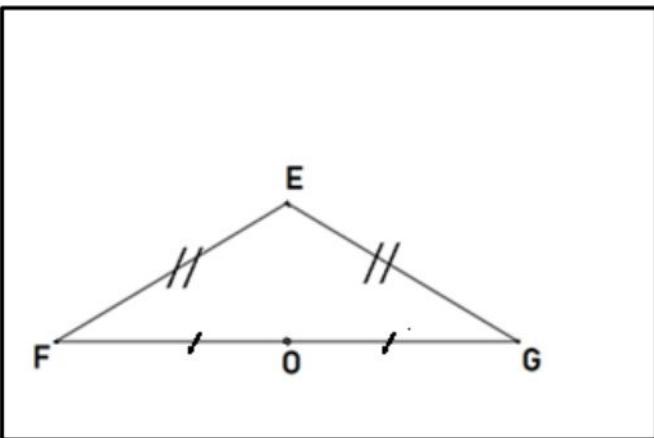
الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الاعدادي

**EXERCICE : 5 ( 2 pts )**

Sur la figure ci-contre,  $EFG$  est un triangle isocèle en  $E$ . Le point  $O$  est le milieu de segment  $[FG]$  et  $(\ell)$  le cercle de diamètre  $[EF]$

On considère la translation  $t$  de vecteur  $\overrightarrow{FO}$

- 1) Construire sur la figure le point  $R$  l'image du point  $E$  par la translation  $t$ .



- 2) Montrer que  $G$  est l'image de  $O$  par la translation  $t$ .

- 3) Montrer que le quadrilatère  $EOGR$  est un rectangle.

- 4) Montrer que le cercle  $(\ell')$ , l'image du cercle  $(\ell)$  par la translation  $t$ , passe par le point  $G$ .

~~2~~

P: 8/8

Session : juin 2023

Matière : Mathématiques

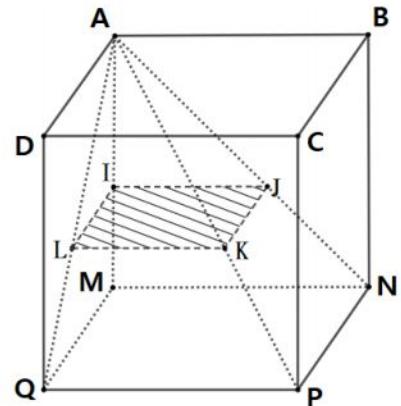
الامتحان الجهوي الموحد لنيل شهادة السلك الاعدادي

**EXERCICE : 6 ( 3 pts )**

0.75

**ABCDMNPQ** est un cube tel que :  $AB = 15 \text{ cm}$

1. Montrer que la droite (**AM**) est perpendiculaire au plan (**MNQ**)



0.75

2. Montrer que le volume de la pyramide **AMNPQ** est  $V = 1125 \text{ cm}^3$

0.75

3. La pyramide **A I J K L** est une réduction de **AMNPQ**, telle que l'aire du quadrilatère **I J K L** est  $81 \text{ cm}^2$

a) Montrer que le rapport de la réduction est  $k = \frac{3}{5}$

0.75

- b) En déduire le volume de la pyramide **A I J K L**

### Exercice 1 : (5 pts)

1) On a :  $\sqrt{3}(x - \sqrt{3}) = 5$

Alors :  $\sqrt{3}x - 3 = 5$

Signifie que :  $\sqrt{3}x = 5 + 3$

Signifie que :  $\sqrt{3}x = 8$

Signifie que :  $x = \frac{8}{\sqrt{3}}$

Donc :  $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

D'où la solution de cette équation est :  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

2) On a:  $\left(\frac{x}{2} + 5\right)\left(2x - \frac{3}{4}\right) = 0$

Alors :  $\frac{x}{2} + 5 = 0$  ou  $2x - \frac{3}{4} = 0$

Signifie que :  $\frac{x}{2} = -5$  ou  $2x = \frac{3}{4}$

Signifie que :  $x = -5 \times 2$  ou  $x = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$

Donc :  $x = -10$  ou  $x = \frac{3}{8}$

D'où les solutions de cette équation sont :  $-10$  et  $\frac{3}{8}$

3) On a:  $5x + 6 < 3x + 2$

Alors :  $5x - 3x < 2 - 6$

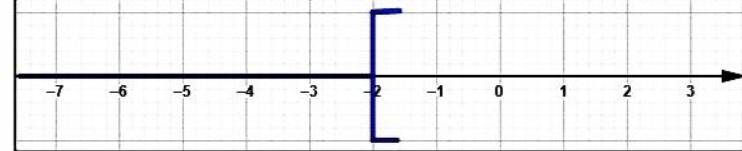
Signifie que :  $2x < -4$

Signifie que :  $x < \frac{-4}{2}$

Donc :  $x < -2$

D'où les solutions de cette inéquation sont tous les nombres réels qui sont inférieurs strictement à  $-2$ .

Représentation des solutions :



4) a. On a:  $\begin{cases} 3x - 2y = 0 & (1) \\ x + y = 420 & (2) \end{cases}$

- Dans l'équation (2) on exprime  $x$  en fonction de  $y$  :

On a :  $x + y = 420$

Alors :  $x = 420 - y$

- Dans l'équation (1) on remplace  $x$  par  $(420 - y)$ ; on obtient :

$$3(420 - y) - 2y = 0$$

Alors :  $1260 - 3y - 2y = 0$

Signifie que :  $-5y = -1260$

Signifie que :  $y = \frac{-1260}{-5}$

Donc :  $y = 252$

Par suite :  $x = 420 - 252$

Donc :  $x = 168$

D'où le couple  $(168 ; 252)$  est la solution de ce système.

b. Choix des inconnues :

Soit  $x$  le montant des économies d'Ahmed.

Et  $y$  le montant des économies de Youssef.

- Mise en système :

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ x + y = 500 - 80 \end{cases}$$

- Résolution du système :

On a :  $\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ x + y = 500 - 80 \end{cases}$

Alors :  $\begin{cases} 3x = 2y \\ x + y = 420 \end{cases}$

Donc :  $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 420 \end{cases}$

D'où : d'après la question 3) a. le couple  $(168 ; 252)$  est la solution de ce système.

- Vérification :

✓  $\frac{2}{3} \times 252 = 168$

✓  $168 + 252 = 420 = 500 - 80$

- Retour au problème :

Le montant des économies d'Ahmed est :  $168 \text{ dh}$

Le montant des économies de Youssef est :  $252 \text{ dh}$

### Exercice 2 : (2 pts)

1) On a le plus grand effectif est 12, associé à la valeur 11.

Alors : le mode est 11.

2) La moyenne :

$$m = \frac{6 \times 10 + 12 \times 11 + 8 \times 13 + 10 \times 14 + 4 \times 16}{40}$$

$$m = \frac{60 + 132 + 104 + 140 + 64}{40}$$

$$m = \frac{500}{40}$$

D'où :  $m = 12,5$

3) La médiane :

Valeurs	10	11	13	14	16
Effectif	6	12	8	10	4
Effectif cumulé	6	18	26	36	40

On a :  $\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$

Et on a : le plus petit effectif cumulé supérieur ou égal à 20 est 26, associé à la valeur 13.

Alors : la médiane est 13.

4) Le nombre de magasins qui vendent ce produit à un prix inférieur à la moyenne arithmétique est :  $6 + 12 = 18$

Par suite :

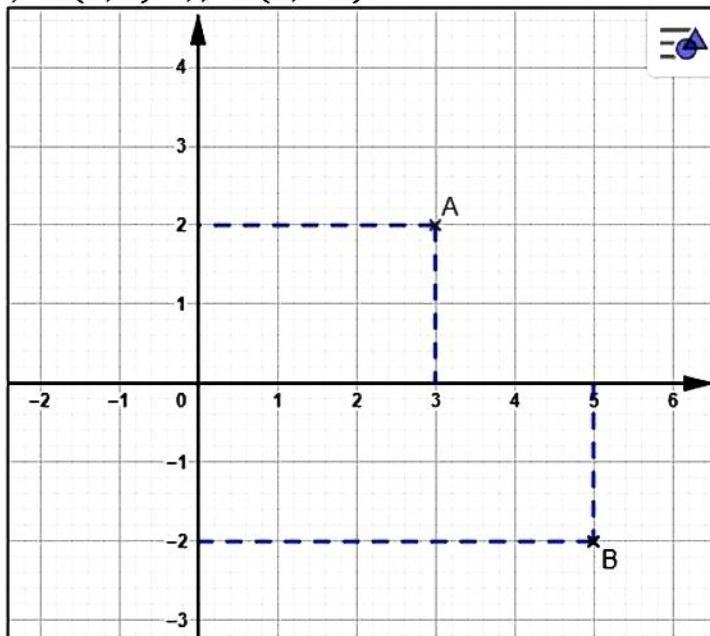
$$\begin{array}{l} 40 \longrightarrow 100 \% \\ 18 \longrightarrow x \end{array}$$

Donc :  $x = \frac{18 \times 100 \%}{40}$

D'où :  $x = 45 \%$

### Exercice 3 : (4 pts)

1)  $A(3; 2)$  ;  $B(5; -2)$



2) a. On a :  $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

Alors :  $\overrightarrow{AB}(5 - 3; -2 - 2)$

Donc :  $\overrightarrow{AB}(2; -4)$

b. On a :  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Alors :  $AB = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$

Alors :  $AB = \sqrt{4 + 16}$

D'où :  $AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$

3) On a :  $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 = x_K$

Et on a :  $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_K$

Alors :  $K(4; 0)$  est le milieu du segment  $[AB]$

4) On a :  $A(3; 2) \in (AB)$  et  $B(5; -2) \in (AB)$

Alors :  $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 2}{5 - 3} = \frac{-4}{2} = -2$

D'où : le coefficient directeur de  $(AB)$  est :  $-2$

5) a. On a :

$$\frac{1}{2}x_K - 2 = \frac{1}{2} \times 4 - 2 = 2 - 2 = 0 = y_K$$

Alors :  $K(4; 0) \in (D)$

b. On a :  $m_{(AB)} \times m_{(D)} = -2 \times \frac{1}{2} = -1$

Alors :  $(AB) \perp (D)$

Et on a :  $K$  est le milieu du segment  $[AB]$

Et puisque :  $K \in (D)$

Alors :  $(D)$  est la médiatrice du segment  $[AB]$

6) a. On sait que :  $(\Delta) : y = mx + p$

✓ Déterminons  $m$  :

On a :  $(\Delta) // (AB)$

Alors :  $m_{(\Delta)} = m_{(AB)} = -2$

Par suite :  $y = -2x + p$

✓ Déterminons  $p$  :

On a :  $O(0; 0) \in (\Delta)$

Alors :  $y_O = -2x_O + p$

C-à-d :  $0 = -2 \times 0 + p$

C-à-d :  $0 = 0 + p$

Donc :  $p = 0$

D'où :  $(\Delta) : y = -2x$

b. On a :  $H$  est le point d'intersection des droites  $(D)$  et  $(\Delta)$

Alors :  $H \in (D)$  et  $H \in (\Delta)$

Par suite :  $y_H = \frac{1}{2}x_H - 2$  et  $y_H = -2x_H$

Donc :  $\frac{1}{2}x_H - 2 = -2x_H$

C-à-d :  $\frac{1}{2}x_H - \frac{4}{2} = -\frac{4}{2}x_H$

C-à-d :  $x_H - 4 = -4x_H$

C-à-d :  $x_H + 4x_H = 4$

C-à-d :  $5x_H = 4$

Donc :  $x_H = \frac{4}{5}$

Alors :  $y_H = -2x_H = -2 \times \frac{4}{5} = -\frac{8}{5}$

D'où :  $H\left(\frac{4}{5}; -\frac{8}{5}\right)$

### Exercice 4 : (4 pts)

1) a. On a :  $f$  est une fonction linéaire.

Alors :  $f(x) = ax$

Par suite :  $a = \frac{f(x)}{x} = \frac{f(-1)}{-1} = \frac{4}{-1} = -4$

D'où :  $f(x) = -4x$

b. On a :  $f\left(\frac{3}{4}\right) = -4 \times \frac{3}{4} = -3$

Donc : l'image de  $\frac{3}{4}$  par la fonction  $f$  est :  $-3$

2) a. On a :  $g$  est une fonction affine

Alors :  $g(x) = ax + b$

✓ Déterminons  $a$  :

On a :  $a = \frac{g(0) - g(3)}{0 - 3} = \frac{2 - 1}{-3} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$

Donc :  $g(x) = -\frac{1}{3}x + b$

✓ Déterminons  $b$  :

On a :  $g(0) = 2$

Alors :  $-\frac{1}{3} \times 0 + b = 2$

C-à-d :  $0 + b = 2$

Donc :  $b = 2$

D'où :  $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$

b. On a :  $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$  et  $g(x) = \frac{7}{3}$

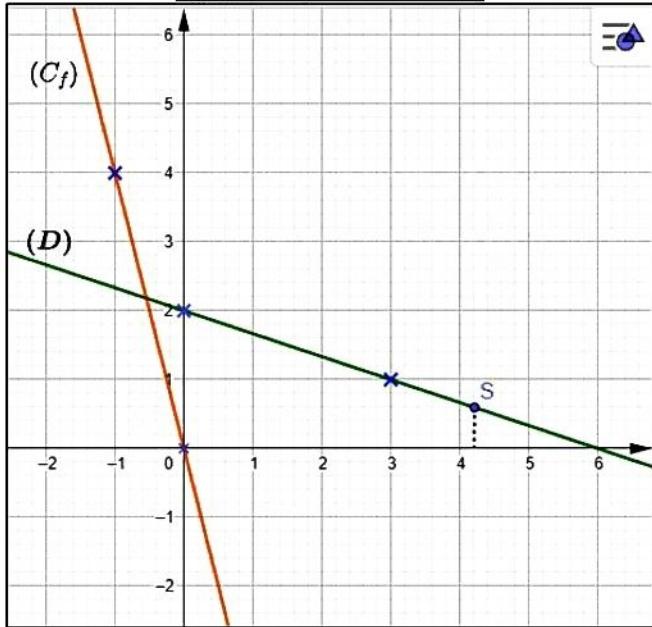
Alors :  $-\frac{1}{3}x + 2 = \frac{7}{3}$

C-à-d :  $\frac{-1}{3}x + \frac{6}{3} = \frac{7}{3}$   
 C-à-d :  $-x + 6 = 7$   
 C-à-d :  $-x = 7 - 6$   
 C-à-d :  $-x = 1$   
 Donc :  $x = -1$

D'où :  $-1$  est le nombre dont l'image est  $\frac{7}{3}$  par la fonction  $g$ .

3) a.

$x$	$-1$
$f(x)$	4



b. On a :  $S(3\sqrt{2}; y_S)$  est un point de  $(D)$

Alors :  $y_S = g(x_S)$

C-à-d :  $y_S = \frac{-1}{3}x_S + 2$

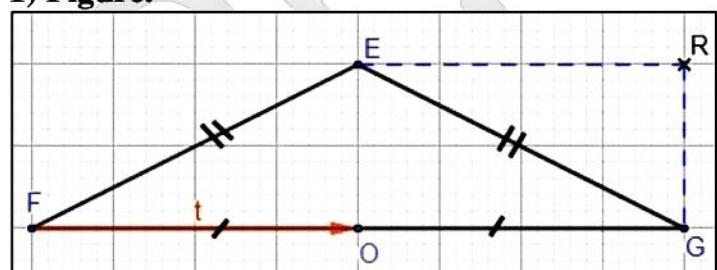
C-à-d :  $y_S = \frac{-1}{3} \times (3\sqrt{2}) + 2$

Donc :  $y_S = -\sqrt{2} + 2$

D'où : l'ordonnée du point  $S$  est :  $-\sqrt{2} + 2$

### Exercice 5 : (2 pts)

1) Figure.



2) On a :  $O$  est le milieu de  $[FG]$

Alors :  $\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{OG}$

Donc :  $G$  est l'image de  $O$  par la translation  $t$

3) - On a :  $R$  l'image de  $E$  par la translation  $t$

Alors :  $\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{ER}$

Et puisque :  $\overrightarrow{FO} = \overrightarrow{OG}$

Alors :  $\overrightarrow{ER} = \overrightarrow{OG}$

Par suite :  $EOGR$  est un parallélogramme (1)

- Et on a :  $O$  est le milieu de  $[FG]$  et  $EF = EG$

Alors : les points  $O$  et  $E$  appartiennent à la médiatrice du segment  $[FG]$

Par suite :  $(EO) \perp (FG)$  en  $O$ .

Donc :  $\widehat{EOG}$  est un angle droit (2)

D'où : d'après (1) et (2), on a :  $EOGR$  est un rectangle.

4) On a :  $R$  l'image de  $E$  par la translation  $t$

Et :  $O$  l'image de  $F$  par la translation  $t$

Alors : l'image du cercle  $(C)$  est le cercle  $(C')$  de diamètre  $[RO]$  et de centre le milieu de  $[RO]$

Et puisque : le triangle  $ORG$  est rectangle en  $G$

Alors : le triangle  $ORG$  est inscrit au cercle de diamètre l'hypoténuse  $[RO]$ .

D'où : le cercle  $(C')$  passe par le point  $G$ .

### Exercice 6 : (3 pts)

1) On a :  $ABNM$  et  $ADQM$  sont deux carrés

Alors :  $(AM) \perp (MN)$  et  $(AM) \perp (MQ)$

Et on a :  $(MN)$  et  $(MQ)$  sont incluses dans le plan  $(MNQ)$  et sécantes en  $M$

Alors :  $(AM)$  est perpendiculaire au plan  $(MNQ)$

2) On a :  $V = \frac{1}{3}S_B \times h$

Alors :  $V = \frac{1}{3} \times MN^2 \times AM$

C-à-d :  $V = \frac{1}{3} \times 15^2 \times 15$

C-à-d :  $V = \frac{1}{3} \times 225 \times 15$

D'où :  $V = 1125 \text{ cm}^3$

3) a. On a : la pyramide  $AIJKL$  est la réduction de la pyramide  $AMNPQ$

Alors :  $IJKL$  est la réduction de  $MNPQ$

Par suite :  $S' = k^2 \times S$

C-à-d :  $k^2 = \frac{S'}{S}$

C-à-d :  $k^2 = \frac{81}{MN^2}$

C-à-d :  $k^2 = \frac{81}{15^2}$

C-à-d :  $K = \sqrt{\frac{81}{15^2}}$  ( car  $K \geq 0$  )

C-à-d :  $K = \frac{9}{15}$

D'où :  $K = \frac{3}{5}$

b. On a : la pyramide  $AIJKL$  est la réduction de la pyramide  $AMNPQ$

Alors :  $V' = k^3 \times V$

C-à-d :  $V' = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times 1125$

C-à-d :  $V' = \frac{27}{125} \times 1125$

D'où :  $V' = 243 \text{ cm}^3$