

Correction de la serie : 14 d'exercices Fonctions numériques

Exercice1 : Soit la fonction f définie par , $f(x) = 3x^2 - 1$

- 1) Calculer l'image de 1 et $\sqrt{2}$ et -1 par f .
- 2) Déterminer les antécédents de 2 par f ,

Solution : 1) $f(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 3 - 1 = 2$ et $f(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 - 1 = 6 - 1 = 5$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

- 2) $f(x) = 2$ signifie que : $3x^2 - 1 = 2$

Signifie que : $3x^2 = 2 + 1$

signifie que : $3x^2 = 3$ signifie que : $x^2 = 1$

Signifie que : $x = -1$ ou $x = 1$

Donc : les antécédents éventuels de 2 par f sont -1 et 1

Exercice2 : Soit la fonction f définie par : $f(x) = -2x$

Remplir le tableau des valeurs suivant

$-\frac{13}{2}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	1	x
						$f(x)$

Solution :

$-\frac{13}{2}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	1	x
13	$\frac{2}{7}$	-5	-1	-6		$f(x)$

Exercice3 : Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = -x^2 + 2x + 2$

- 1) Calculer les images de $\frac{-1}{2}$ et $\sqrt{3}$ par f .
- 2) Montrer que : $1 + \sqrt{2}$ est un antécédent de 1 par f
- 3) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f
- 4) Donner une interprétation géométrique du résultat de la question 3)

Solution : 1) Calcul des images :

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = -\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 2 = -\frac{1}{4} - 1 + 2 = \frac{3}{4}$$

$$\text{et } f(\sqrt{3}) = -(\sqrt{3})^2 + 2 \times (\sqrt{3}) + 2 = -3 + 2\sqrt{3} + 2 = -1 + 2\sqrt{3}$$

- 2) Pour montrer que : $1 + \sqrt{2}$ est un antécédents de 1 par f il suffit de montrer que : $f(1 + \sqrt{2}) = 1$?

$$f(1 + \sqrt{2}) = -(1 + \sqrt{2})^2 + 2 \times (1 + \sqrt{2}) + 2 = -(1 + 2\sqrt{2} + 2) + 2 + 2\sqrt{2} + 2$$

$$f(1 + \sqrt{2}) = -3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4 = 1$$

Donc : $f(1 + \sqrt{2}) = 1$ par suite : $1 + \sqrt{2}$ est un antécédents de 1 par f .

- 3) x est l'antécédents de 0 par f signifie que 0 est l'image de x par f .

Équivaut à: chercher les réels x tels que : $f(x) = 0$

On résout alors dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

Équivaut à: $-x^2 + 2x + 2 = 0$

$a = -1$ et $b = 2$ et $c = 2$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 4 + 8 = 12 = (2\sqrt{3})^2 > 0 \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{-2} = 1 - \sqrt{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{-2} = 1 + \sqrt{3}$$

Finalement les antécédents de 0 par f sont :

$$1 - \sqrt{3} \quad \text{et} \quad 1 + \sqrt{3}.$$

4) Les antécédents éventuels de 0 par f sont : $1 - \sqrt{3}$ et $1 + \sqrt{3}$.

Donc : l'intersection de (C_f) la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses sont les points : $A(1 - \sqrt{3}; 0)$ et $B(1 + \sqrt{3}; 0)$.

Exercice4 : 1) On considère la fonction définie par : $x \mapsto \frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

2) On considère la fonction définie par : $x \mapsto \sqrt{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par g ? 0 ; 2 ; 4 ; 12.

Solution : 1) $f(0) = \frac{1}{0-3} = -\frac{1}{3}$ donc 0 a une image par f c'est : $-\frac{1}{3}$

$$f(2) = \frac{1}{2-3} = -1 \quad \text{Donc 2 a une image par } f \text{ c'est : } -1$$

$$f(-3) = \frac{1}{-3-3} = -\frac{1}{6} \quad \text{Donc -3 a une image par } f \text{ c'est : } -\frac{1}{6}$$

$$f(3) = \frac{1}{3-3} = \frac{1}{0} \quad \text{!!!!???? Mais } \frac{1}{0} \text{ n'existe pas en math donc 3 n'a pas d'images par } f$$

$$2) g(0) = \sqrt{0-3} = \sqrt{-3} \quad \text{!!!!???? Mais } \sqrt{-3} \text{ n'existe pas en math donc 0 n'a pas d'images par } g$$

$$g(2) = \sqrt{2-3} = \sqrt{-1} \quad \text{!!!!???? Mais } \sqrt{-1} \text{ n'existe pas en math donc 2 n'a pas d'images par } g$$

$$g(4) = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1 \quad \text{Donc 4 a une image par } g \text{ c'est : } 1$$

$$g(12) = \sqrt{12-3} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{Donc 12 a une image par } g \text{ c'est : } 3$$

Exercice5 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définies par :

$$1) f(x) = 2x + 1. \quad 2) g(x) = 3x^2 - x + 1 \quad 3) h(x) = \frac{3}{x}$$

$$4) M(x) = \frac{3}{2x-4}. \quad 5) N(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}. \quad 6) K(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}.$$

Solution : 1) $f(x) = 2x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_f = \mathbb{R}$

1) $g(x) = 3x^2 - x + 1$ Un réel a toujours une image.

Donc $D_g = \mathbb{R}$

3) $h(x) = \frac{3}{x}$ Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_h = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

Donc $D_h = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

On dira aussi que 0 est une valeur interdite pour la fonction h

4) $M(x) = \frac{x^3}{2x-4}$. Pour les fonctions du type fractions rationnelles, l'ensemble de définition est

l'ensemble des nombres pour lesquels le dénominateur est non nul. : $D_M = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\}$

$$2x - 4 = 0 \text{ ssi } x = \frac{4}{2} = 2 \text{ Donc } D_M = \mathbb{R} - \{2\}$$

On dira aussi que 2 est une valeur interdite pour la fonction M

5) $N(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$. $D_N = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0\}$

$$x^2 - 4 = 0 \text{ ssi } x^2 - 2^2 = 0 \text{ ssi } (x-2)(x+2) = 0$$

$$\text{Ssi } x-2=0 \text{ ou } x+2=0 \text{ ssi } x=2 \text{ ou } x=-2$$

$$\text{Donc } D_N = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

6) $K(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$. $D_K = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\}$

$$x^3 - 2x = 0 \text{ ssi } x(x^2 - 2) = 0 \text{ ssi } x=0 \text{ ou } x^2 - 2 = 0 \text{ ssi } x=0 \text{ ou } x^2 = 2$$

$$\text{ssi } x=0 \text{ ou } x=\sqrt{2} \text{ ou } x=-\sqrt{2}$$

$$\text{Donc : } D_K = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$$

Exercice6 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

$$1) f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10 \quad 2) g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12}$$

Solution : 1) Un réel a toujours une image par f Donc $D_g = \mathbb{R}$

$$2) g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12}$$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 4x - 12 \neq 0\}$$

$$4x - 12 = 0 \text{ Signifie } 4x = 12$$

$$\text{Signifie } x = 3 \text{ Donc : } D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

Exercice7 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

$$1) f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3} \quad 2) g(x) = \sqrt{2x-4} \quad 3) h(x) = \sqrt{-3x+6}$$

$$\text{Solution : } 1) f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}. \quad D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5x - 3 \neq 0\}$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad a=2 \text{ et } b=-5 \text{ et } c=-3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 24 = 49 = (7)^2 > 0 \quad x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ et } x_2 = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$$

2) $g(x) = \sqrt{2x-4}$. Pour les fonctions du type racine carrée, l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres pour lesquels l'intérieur de la racine est positif : $D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \geq 0\}$

$$2x - 4 \geq 0 \text{ Signifie } 2x \geq 4$$

$$\text{C'est-à-dire : } x \geq \frac{4}{2} \text{ Par suite : } x \geq 2 \quad \text{Donc } D_g = [2; +\infty[$$

3) $h(x) = \sqrt{-3x+6}$. l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres pour lesquels l'intérieur

de la racine est positif : $D_h = \{x \in \mathbb{R} / -3x + 6 \geq 0\}$

$-3x + 6 \geq 0$ Signifie $-3x \geq -6$

C'est-à-dire : $x \leq \frac{-6}{-3}$ Par suite : $x \leq 2$ Donc $D_h =]-\infty; 2]$.

Exercice8: Tracer la représentation graphique de la fonction affine f tel que : $f(x) = 2x + 1$

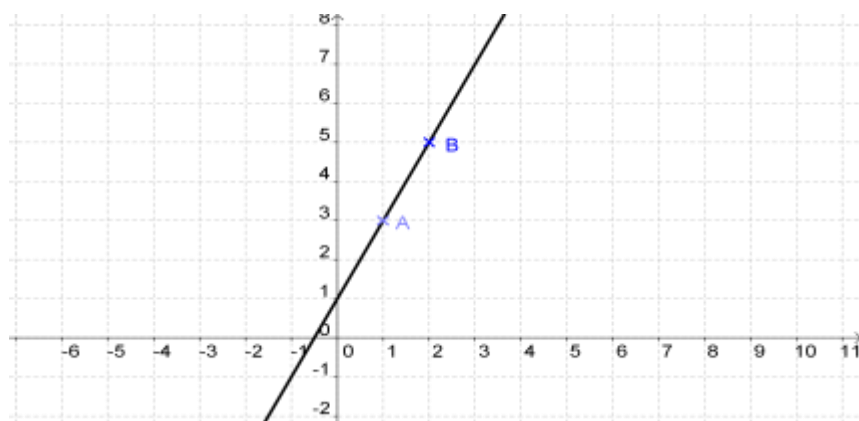
Solution : On choisi deux valeurs de x au hasard et on calcule leurs images pa f

$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ Donc : $A(1;3) \in (C_f)$

$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$ Donc : $B(2;5) \in (C_f)$

On dresse le tableau des valeurs (deux points suffisent)

x	1	2
f(x)	3	5



Rq : la représentation graphique de la fonction affine ($f(x) = ax + b$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$) est une droite

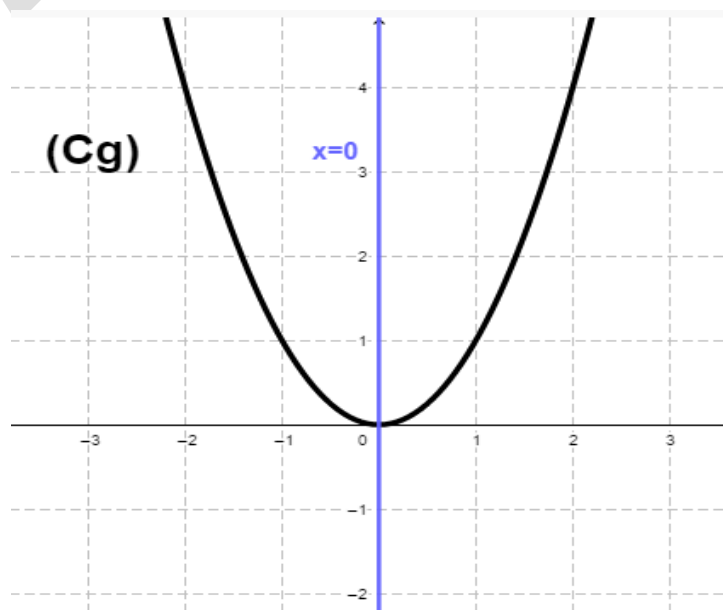
Exercice9 : Soitg une fonction tel que : $g(x) = x^2$

Tracer la représentation graphique de la fonction g et donner une remarque pour cette courbe

Solution : 1) On dresse le tableau des valeurs (deux points ne suffisent pas)

La courbe (C_g) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	9	4	1	0	1	4	9



Exercice10 : Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

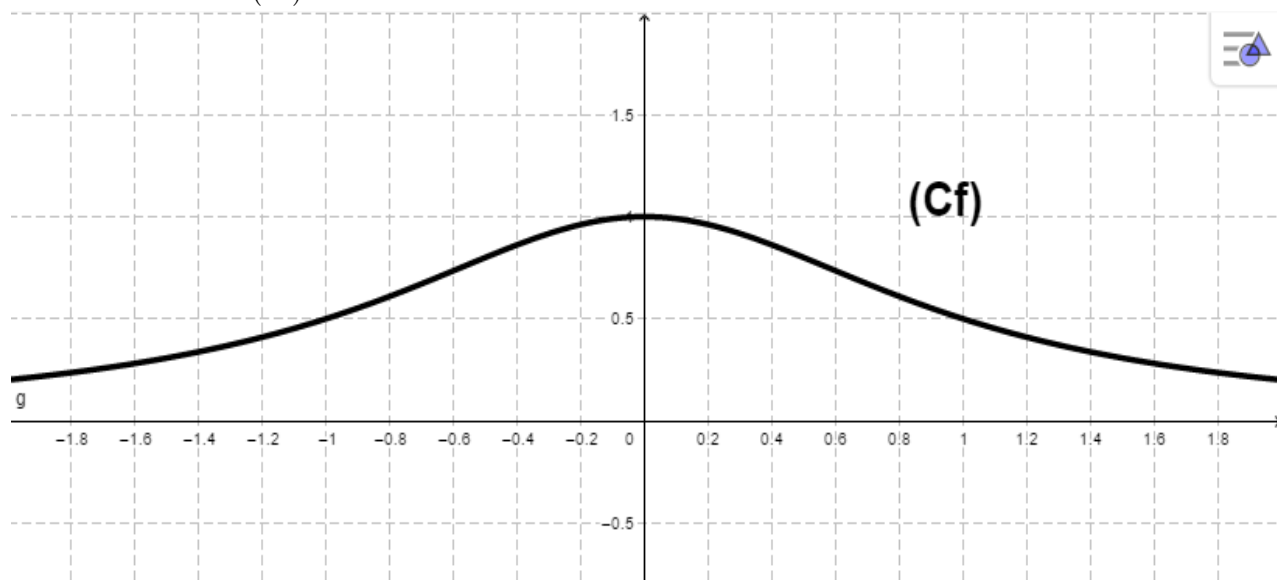
Sur I un l'intervalle $I = [-2; 3]$

Solution : On dresse le tableau des valeurs :

Tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2	2
f(x)	0,2	0,5	1	0,5	0,2	0,1

Par exemple : $f(-2) = \frac{1}{(-2)^2+1} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5} = 0,2$ Donc 2 a une image par f c'est : $\frac{1}{5}$



Exercice11 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = 2x - 1$ si $x \in [1, +\infty[$

et $f(x) = -2x + 3$ si $x \in]-\infty, 1]$

Tracer la représentation graphique de la fonction f

Solution :a) On choisi deux valeurs de x dans $[1, +\infty[$ au hasard et on calcule leurs images pa f

$f(x) = 2x - 1$ si $x \in [1, +\infty[$

$f(1) = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$ Donc : $A(1;1) \in (C_f)$

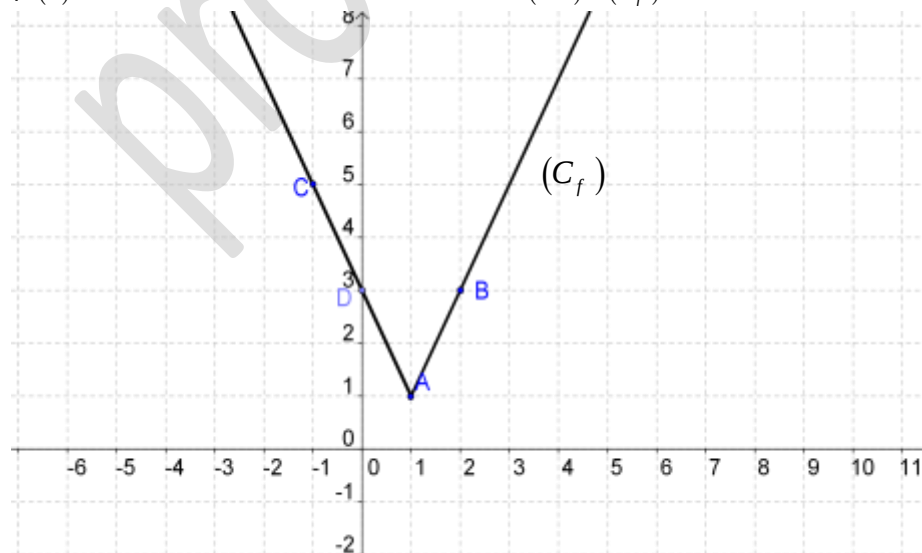
$f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ Donc : $B(2;3) \in (C_f)$

b) On choisi deux valeurs de x dans $]-\infty, 1]$ au hasard et on calcule leurs images pa f

$f(x) = -2x + 3$ si $x \in]-\infty, 1]$

$f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 2 + 3 = 5$ Donc : $C(-1;5) \in (C_f)$

$f(0) = -2 \times 0 + 3 = 0 + 3 = 3$ Donc : $D(0;3) \in (C_f)$

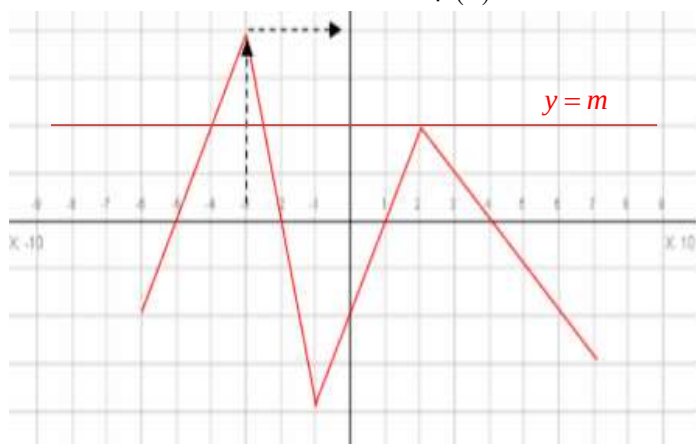


Exercice12 : La courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur $[-6;7]$

Soie f une fonction

Questions : Répondre par lecture graphique :

- 1- Quelles sont les images des réels -5, -3, 0 et 6 ?
- 2- Quels sont les antécédents de -1 et 0 ?
- 3- Résoudre graphiquement $f(x)=0$



Solution : 1) Image de -5 est 0 (ordonnée du point d'abscisse -5) Image de -3 est 4
Image de 0 est -2 Image de 6 est -2

2) Antécédents de -1 sont : -5,5 -1,75 0,5 et 5

Antécédents de 0 sont : -5 -2 1 et 4

3) La solution est l'ensemble des antécédents de 0 : $S = \{-5; -2; 1; 4\}$

Exercice13 : Etudier la parité des fonctions suivantes

1) $f(x) = 3x^2 - 5$ 2) $g(x) = \frac{3}{x}$ 3) $h(x) = 2x^3 + x^2$ 4) $t(x) = \frac{x}{x-2}$

Solution :1) f est une fonction polynôme donc Un réel a toujours une image.

Donc $D_f = \mathbb{R}$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$

- $f(-x) = 3(-x)^2 - 5 = 3x^2 - 5$

- $f(-x) = f(x)$

Donc f est une fonction paire,

2) Soit g une fonction tq : $g(x) = \frac{3}{x}$

On a : $g(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$ donc $D_g = \mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

- $g(-x) = \frac{3}{-x} = -\frac{3}{x}$

- $g(-x) = -g(x)$

Donc g est une fonction impaire

3) Soit h une fonction tq : $h(x) = 2x^3 + x^2$

h Est une fonction polynôme donc Un réel a toujours une image.

Donc $D_h = \mathbb{R}$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$

$$h(-x) = 2(-x)^3 + (-x)^2 = -2x^3 + x^2$$

$$h(-x) = -(2x^3 - x^2) \neq -h(x)$$

Donc h est une fonction ni paire ni impaire,

4) Soit t une fonction tq : $t(x) = \frac{x}{x-2}$

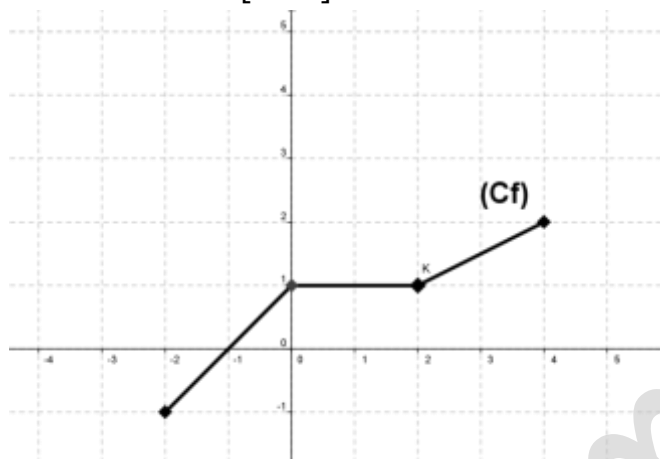
On a $t(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x-2 \neq 0$ ssi $x \neq 2$ Donc $D_t = \mathbb{R} - \{2\}$

On a $-2 \in D_t$ mais $-(-2) = 2 \notin D_t$

Donc D_t n'est pas symétrique par rapport à O

Donc h est une fonction ni paire ni impaire,

Exercice14 : La figure ci-dessous représente la représentation graphique d'une fonction f Sur l'intervalle : $[-2, 4]$



Déterminer les images des nombres :

$-2 ; -1 ; 0 ; 2 ; 4$ par la fonction f

Solution : $f(-2) = -1$ et $f(-1) = 0$ et $f(0) = 1$ et $f(2) = 1$ et $f(4) = 2$

Remarque : que la représentation graphique de la fonction f est un segment sur chacun des intervalles : $[-2, 0]$ et $[0, 2]$ et $[2, 4]$ donc la fonction f est affine sur ces intervalles

Exercice15 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par

1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$. 2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

Solution : 1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ on a $f(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$

donc $D_f = \mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{-x} = -\frac{x^2 - 1}{x}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

Donc f est une fonction impaire,

2) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ on a $f(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$

Donc : $D_f = \mathbb{R}^*$

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = (-x)^2 + \frac{1}{-x} = x^2 - \frac{1}{x} = \left(-x^2 + \frac{1}{x}\right)$$

$$f(-x) \neq -f(x)$$

Donc f est une fonction ni paire ni impaire,

Exercice16 : Soit la fonction définie par : $f(x) = 3x - 5$

1) Déterminer D_f et remplir le tableau des valeurs suivant et donner des remarques

x	-100	-10	-5	-2	0	2	5	10	100
f(x)									

2) Etudier la monotonie de f

3) Dresser le tableau de variation de f

4) Tracer la représentation graphique de la fonction f

Solution : 1) f est une fonction polynôme Donc : $D_f = \mathbb{R}$

x	-100	-10	-7	-3	0	2	5	10	100
f(x)	-305	-35	-26	14	-5	1	10	25	295

On remarque que lorsque x augmente $f(x)$ augmente aussi (la fonction est dite croissante)

2) Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 < x_2$

Donc $3x_1 < 3x_2$ car $3 > 0$

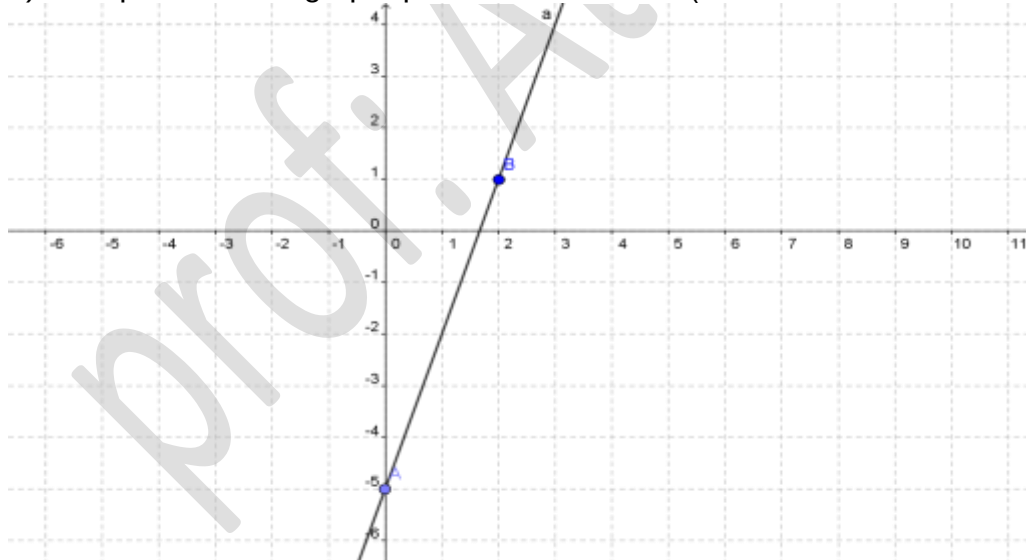
Donc $6x_1 - 5 < 6x_2 - 5$ Alors $f(x_1) < f(x_2)$

D'où f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

3) Le tableau de variation de f

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)		

4) la Représentation graphique de la fonction f (c'est une droite car f est une fonction affine)



Exercice17: Soit la fonction définie par : $g(x) = -2x + 4$

1) Déterminer D_g et remplir le tableau des valeurs suivant et donner des remarques

x	-100	-10	-5	-2	0	2	5	10	100
g(x)									

2) Etudier la monotonie de g

3) Dresser le tableau de variation de g

4) Tracer la représentation graphique de la fonction g

Solution : 1) g est une fonction polynôme Donc : $D_g = \mathbb{R}$

x	-100	-10	-5	-2	0	2	5	10	100
$g(x)$	204	24	14	0	4	0	-6	-16	-196

On remarque que lorsque x augmente $g(x)$ diminue (la fonction est dite décroissante)

2) Soit $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que : $x_1 < x_2$

Donc $-2x_1 > -2x_2$ car $-2 < 0$

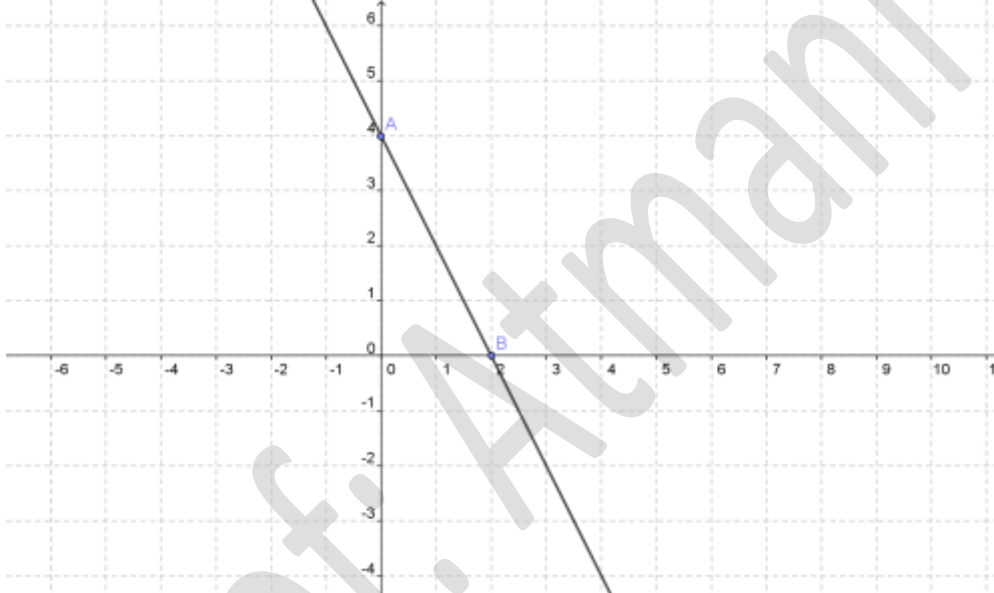
Donc $-2x_1 + 4 > -2x_2 + 4$ Alors $g(x_1) > g(x_2)$

D'où g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

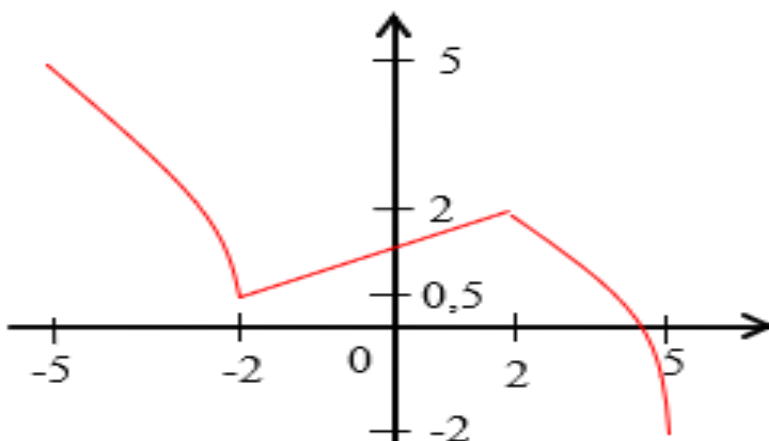
3) Le tableau de variation de g

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	↘	

4) la représentation graphique de la fonction Gf (c'est une droite car g est une fonction affine)



Exercice18 : Déterminer le tableau de variation la fonction f définie par la représentation suivante :



Solution :

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	0,5	2	-2

Exercice19 : Soit f une fonction tq : $f(x) = -2x + 1$

Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

- 1) Déterminer le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2
- 2) En déduire les variations de f

Solution :1) f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

On appelle Le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

$$T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(-2x_1 + 1) - (-2x_2 + 1)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{-2x_1 + 1 + 2x_2 - 1}{x_1 - x_2} = \frac{-2(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2}$$

2) On a : $T(x_1; x_2) = -2 < 0$

D'où : f que est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

Exercice20 : Soit f une fonction tq : $f(x) = 3x^2 + 2$

Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

1) Déterminer D_f

2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

Déterminer le taux d'accroissement (taux de variation) de la fonction f entre x_1 et x_2

3) Montrer que est croissante sur $[0; +\infty[$

4) Montrer que est décroissante sur $] -\infty; 0]$

5) Dresser le tableau de variation de f

6) Déterminer les extremums de la fonction f

Solution :1) $D_f = \mathbb{R}$

2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

$$T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(3x_1^2 + 2) - (3x_2^2 + 2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3x_1^2 - 3x_2^2 + 2 - 2}{x_1 - x_2} = \frac{3(x_1^2 - x_2^2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} = 3(x_1 + x_2)$$

3) on a : $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2)$

Soit $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$

Donc $x_1 \geq 0$ et $x_2 \geq 0$ Donc $x_1 + x_2 \geq 0$ Donc $3(x_1 + x_2) \geq 0$ car $3 > 0$

Donc $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2) \geq 0$

d'où f que est croissante sur $[0; +\infty[$

4) Soit $x_1 \in]-\infty; 0]$ et $x_2 \in]-\infty; 0]$

Donc $x_1 \leq 0$ et $x_2 \leq 0$ Donc $x_1 + x_2 \leq 0$ Donc $3(x_1 + x_2) \leq 0$ car $3 > 0$

Donc $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2) \leq 0$

D'où f que est décroissante sur $]-\infty; 0]$

5) **Résumé** : tableau de variation : $f(0) = 3 \times 0^2 + 2 = 2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		2	

6) $f(0) = 2$ est une valeur minimale de f

Exercice 21 : Soit f une fonction tq : $f(x) = 3x^2$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1; x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f tq $x_1 \neq x_2$

3) Étudier les variations de f sur $I = [0; +\infty[$

4) En déduire les variations de f sur D_f

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

6) Déterminer les extremums de la fonction f

Solution : 1) $D_f = \mathbb{R}$

2) soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tq $x_1 \neq x_2$

$$T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(3x_1^2) - (3x_2^2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3x_1^2 - 3x_2^2}{x_1 - x_2} = \frac{3(x_1^2 - x_2^2)}{x_1 - x_2}$$

$$T(x_1; x_2) = \frac{3(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} = 3(x_1 + x_2)$$

3) On a : $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2)$ $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$

Donc $x_1 \geq 0$ et $x_2 \geq 0$ Donc $x_1 + x_2 \geq 0$ Donc $3(x_1 + x_2) \geq 0$ car $3 > 0$

Donc $T(x_1; x_2) = 3(x_1 + x_2) \geq 0$

D'où f que est croissante sur $[0; +\infty[$

4) on a : f est paire et le symétrique de $I = [0; +\infty[$ est l'intervalle $J =]-\infty; 0]$ et f que est croissante sur $[0; +\infty[$ D'où f que est décroissante sur $]-\infty; 0]$

5) le tableau de variations de f sur D_f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

$$f(0) = 2 \times 0^2 = 0$$

6) $f(0) = 0$ est une valeur minimale de f

Exercice22 : Soit f une fonction tq : $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Dresser le tableau de variations de f sur D_f
- 3) Déterminer les extremums de la fonction f
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Solution : 1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ $D_f = \mathbb{R}$

2) On a $a = \frac{1}{2} > 0$

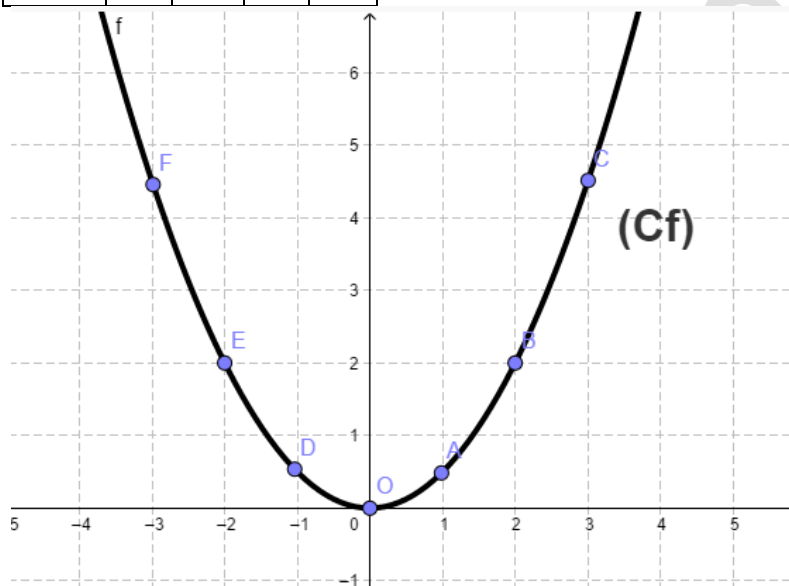
Donc : Tableau de variations de f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

3) $f(0) = \frac{1}{2} \times 0^2 = 0$ est une valeur minimale de f

4) Représentation graphique :

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$



Exercice23: Du tableau de variation

x	-5	-2	2	5
$f(x)$	5	$0,5$	2	-2

Déduire les extremums de f

Solution : Du tableau de variation on a :

Le nombre 2 est une valeur maximale de f au point $x_0 = 2$

Le nombre $0,5$ est une valeur Minimale de f au point $x_0 = -2$

Exercice24 : Soit f une fonction tq : $f(x) = -\frac{3}{2}x^2$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Dresser le tableau de variations de f sur D_f
- 3) Déterminer les extremums de la fonction f
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Solution : 1) $f(x) = -\frac{3}{2}x^2$ $D_f = \mathbb{R}$

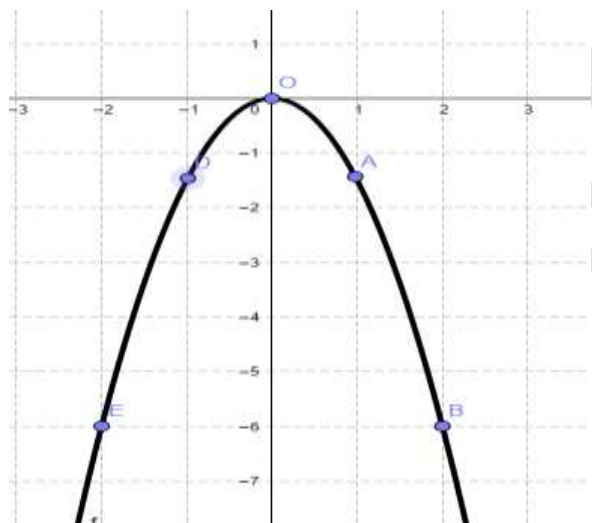
2) On a $a = -\frac{3}{2} < 0$ donc : Tableau de variations de f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

3) $f(0) = -\frac{3}{2} \times 0^2 = 0$ est une valeur Maximale de f

4) Représentation graphique :

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$-\frac{3}{2}$	-6	$-\frac{27}{2}$



Rappelle : 1 Soit f une fonction numérique tq : $f(x) = ax^2 + bx + c$

Avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$

1° On a f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

Avec $\Delta = b^2 - 4ac$ et On pose $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$

la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(\alpha; \beta)$ et d'axe de symétrie la droite $x = \alpha$

2° Les variations de f

Si $a > 0$

Si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	β	$\nearrow$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	β	$\searrow$

Exercice25 : Soit f une fonction tq : $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Dresser le tableau de variations de f sur D_f
- 3) Déterminer les extremums de la fonction f
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

On peut utiliser le tableau des valeurs suivant qu'il faut remplir

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)							

Solution : 1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

On a f est une fonction polynôme donc $D_f = \mathbb{R}$

2) On a $a = 2$ et $b = 4$ et $c = -2$ ($f(x) = ax^2 + bx + c$)

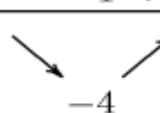
$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times (-2) \times 2 = 16 + 16 = 32$$

$$\text{Donc } \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times 2} = -1 \text{ et } \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{32}{4 \times 2} = -4$$

$$(f(-1) = 2 - 4 - 2 = -4)$$

Tableau de variations de f

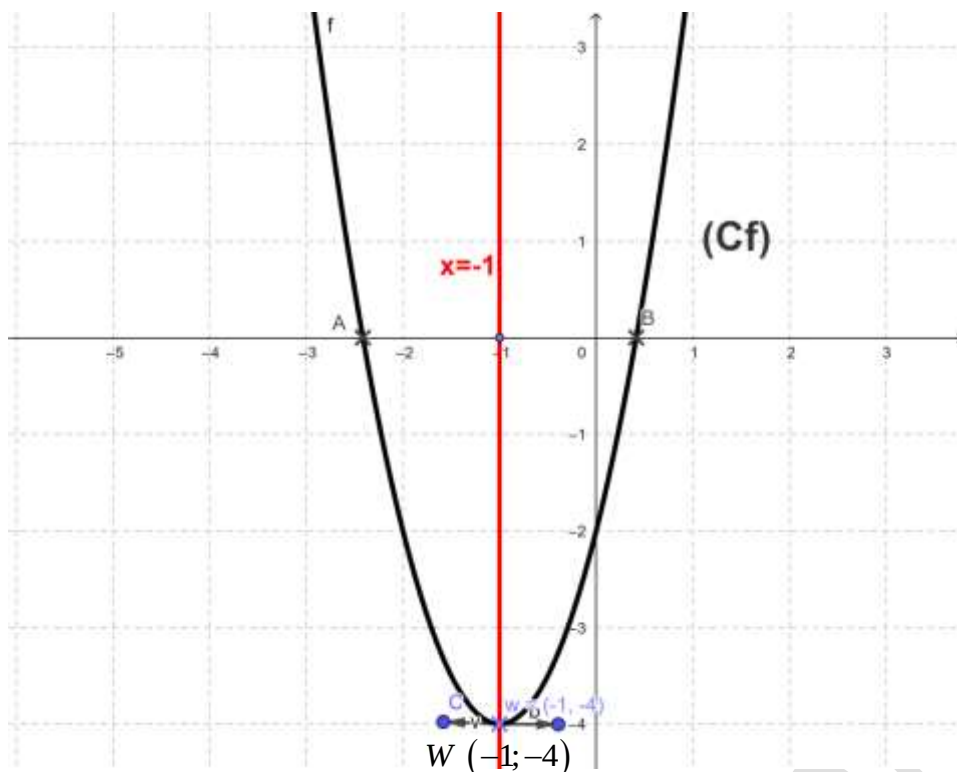
On a $a = 2 > 0$ donc :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f(x)			

3) $f(-1) = -4$ est une valeur minimale de f

4) la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(-1; -4)$ et d'axe de symétrie la droite $x = -1$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	14	4	-2	-4	-2	4	14



Exercice 26 : Soit f une fonction tq : $g(x) = -x^2 - 2x + 1$

- 1) Déterminer D_g
- 2) Dresser le tableau de variations de f sur D_g
- 3) Déterminer les extremums de la fonction g
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

On peut utiliser le tableau des valeurs suivant qu'il faut remplir

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

Solution : 1) On a g est une fonction polynôme donc $D_g = \mathbb{R}$

2) On a $a = -1$ et $b = -2$ et $c = 1$ ($g(x) = ax^2 + bx + c$)

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times (-1) \times 1 = 4 + 4 = 8$$

$$\text{Donc } \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times (-1)} = -1 \text{ et } \beta = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{8}{-4} = 2$$

$$(g(-1) = -(-1)^2 - 2 \times (-1) + 1 = -1 + 2 + 1 = 2)$$

la courbe (C_g) c'est une parabole de sommet $W(-1; 2)$ et d'axe de symétrie la droite $x = -1$

Tableau de variations de g

On a $a = -1 < 0$ donc :

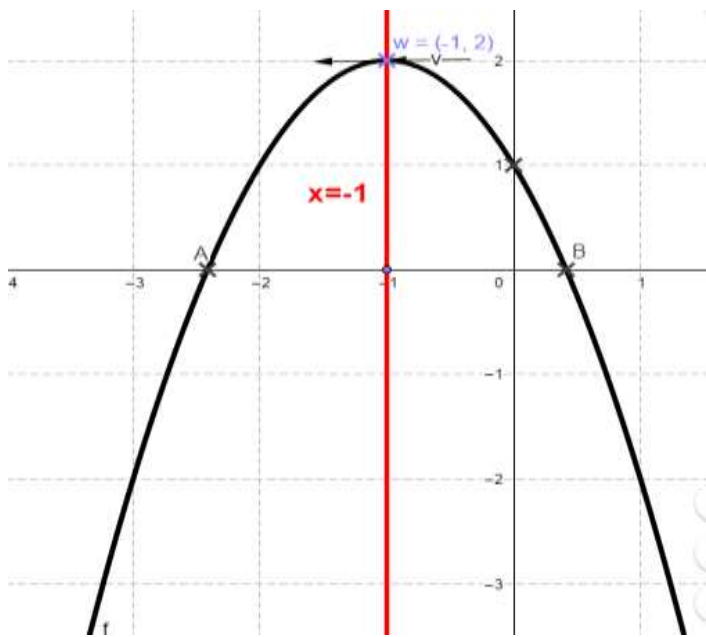
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$			

3) $f(-1) = 2$ est une valeur maximale de g

4) la courbe (C_g) c'est une parabole de sommet $W(-1; 2)$ et d'axe de symétrie la droite $x = -1$

Le tableau des valeurs est :

x	-3	-2	-1	0	1	2
g(x)	-2	1	2	1	-2	1



Exercice27: Soient la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2}{x}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Etudier La parité de la fonction f
- 3)a) Montrer que f est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$
- b) Montrer que f est strictement décroissante sur $] -\infty; 0]$
- 4) Dresser le tableau de variations de f sur D_f
- 5) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Solution : 1) $f(x) \in \mathbb{R}$ ssi $x \neq 0$ Donc $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

2) La parité de la fonction :

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = \frac{2}{-x} = -\frac{2}{x} \quad \text{Donc } f \text{ est une fonction impaire}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

3)a) Soit $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$ tq $x_1 < x_2$

$$\text{Donc } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{Donc } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{car } 2 > 0$$

Alors $f(x_1) > f(x_2)$ d'où f que est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$

3)b) Soit $x_1 \in]-\infty; 0]$ et $x_2 \in]-\infty; 0]$ tq $x_1 < x_2$

$$\text{Donc } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{Donc } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{car } 2 > 0$$

Alors $f(x_1) > f(x_2)$ d'où f que est strictement décroissante sur $] -\infty; 0]$

4) tableau de variation :

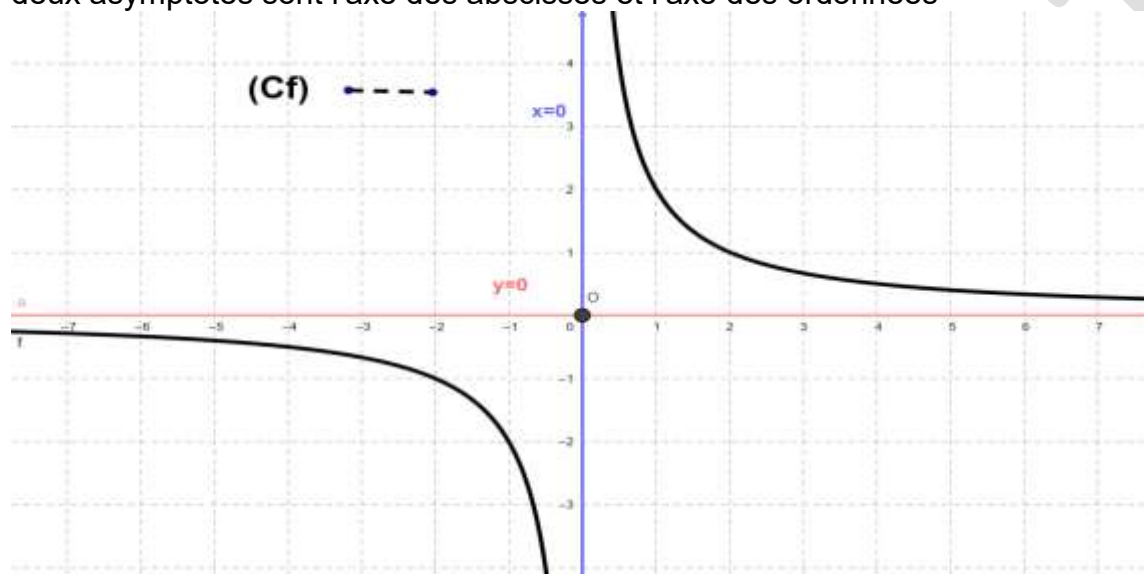
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

5) la courbe représentative de la fonction

Tableau des valeurs :

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$

Dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe représentative de la fonction f est une hyperbole dont les éléments caractéristiques sont : son centre de symétrie qui est l'origine du repère et Ses deux asymptotes sont l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées



Exemple28 : Soit f une fonction tq : $g(x) = \frac{-3}{x}$

- 1) Déterminer D_g et Etudier La parité de la fonction f
- 2)a) Montrer que g est strictement croissante sur $[0; +\infty[$
- b) Montrer que g est strictement croissante sur $] -\infty; 0]$
- 3) Dresser le tableau de variations de g sur D_g
- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Solution : 1) On a $g(x) \in \mathbb{R}$ signifie que $x \neq 0$ Donc $D_g = \mathbb{R}^*$

La parité de la fonction g :

- Pour tout réel x , si $x \in \mathbb{R}^*$, alors $-x \in \mathbb{R}^*$
- $g(-x) = \frac{-3}{-x} = -\frac{-3}{x}$ Donc g est une fonction impaire,
- $g(-x) = -g(x)$

2) a) Soit $x_1 \in [0; +\infty[$ et $x_2 \in [0; +\infty[$ tq $x_1 < x_2$

Donc $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ Donc $\frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2}$ car $-3 < 0$

Alors $g(x_1) < g(x_2)$ d'où g que est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

b) Soit $x_1 \in]-\infty; 0]$ et $x_2 \in]-\infty; 0]$ tq $x_1 < x_2$

Donc $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ Donc $\frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2}$ car $-3 < 0$

Alors $g(x_1) < g(x_2)$ d'où g qui est strictement croissante sur $]-\infty; 0]$

3) Tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$		$\nearrow$

4) Représentation graphique

Dans un Repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe représentative de la fonction g est une hyperbole dont les éléments caractéristiques sont : son centre de symétrie qui est l'origine du repère et Ses deux asymptotes qui sont l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées

Tableau des valeurs : $g(x) = \frac{-3}{x}$

x	0	1	2	3
$g(x)$		-3	$-\frac{3}{2}$	-1

