1. PRIMITIVE D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Définition 1

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que F est une **primitive** de f sur I si :

$$(\forall x \in I) \quad F'(x) = f(x)$$

EXEMPLES

1) Une primitive de $f(x) = 4x + 2$ sur $\mathbb{R}$ est :

$$F(x) = 2x^2 + 2x$$

2) Une primitive de $f(x) = \cos x$ sur $\mathbb{R}$ est :

$$F(x) = \sin x$$

Propriété 1

Toute fonction continue sur un intervalle I admet au moins une primitive sur I.

ENSEMBLE DES PRIMITIVES

Propriété 2

Si F est une primitive de f sur I, alors toutes les primitives de f sur I sont de la forme :

$$G(x) = F(x) + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

PRIMITIVE VÉRIFIANT UNE CONDITION

Propriété 3

Soit $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$. Il existe une **unique** primitive F de f sur I telle que :

$$F(x_0) = y_0$$

EXEMPLE

Déterminer la primitive de $f(x) = x^3 - 2x + 3$ telle que $F(-1) = 0$.

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3x + c$$

$$F(-1) = \frac{1}{4} - 1 - 3 + c = 0 \Rightarrow c = \frac{15}{4}$$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 3x + \frac{15}{4}}$$

2. OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS PRIMITIVES

Fonction h	**Une primitive H de h**
$h = f'(x) + g'(x)$	$H = f(x) + g(x)$
$h = \alpha f'(x)$	$H = \alpha f(x)$
$h = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	$H = f(x)g(x)$
$h = -\dfrac{g'(x)}{g(x)^2}$	$H = \dfrac{1}{g(x)}$
$h = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$	$H = \dfrac{f(x)}{g(x)}$
$h = f'(x)\, f(x)^n \quad (n \neq -1)$	$H = \dfrac{1}{n+1} f(x)^{n+1}$
$h = f'(x)\, f(x)^r \quad (r \neq -1)$	$H = \dfrac{1}{r+1} f(x)^{r+1}$
$h = g'(x)\,(f' \circ g)(x)$	$H = (g \circ f)(x)$
$h = f'(ax+b) \quad (a \neq 0)$	$H = \dfrac{1}{a} f(ax+b)$

3. TABLEAU DES PRIMITIVES DES FONCTIONS USUELLES

$f(x)$	Une primitive $F(x)$
0	c
a	$ax + c$
$x^n \ (n \neq -1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\|x\| + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$
$\dfrac{1}{x^2}$	$-\dfrac{1}{x} + c$