

5 Les fonctions primitives

fonction primitive: on dit que F est une primitive de f si et seulement si $\forall x \in I, F'(x) = f(x)$

Propriétés:

Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle I , F et G sont fonctions primitives sur I :

- La somme $F + G + \text{cst}$ est une fonction primitive de $f + g$ sur I
- La soustraction $F - G + \text{cst}$ est une fonction primitive de $f - g$ sur I
- Pour tout réel α on a: $\alpha \times F + \text{cst}$ est une fonction primitive de $\alpha \times f$

fonction f	fonction primitive F
0	constante
x	$x^2/2$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x^n}$ $n \neq 1$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$u' \times u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u $
$u' \times e^u$	e^u
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$
$\frac{1}{x \pm b}$	$\ln x \pm b $
e^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a}$
$\frac{u'}{u^n}$	$\frac{-1}{(n-1) \times u^{n-1}}$

8 l'intégrale

* Intégrale d'une fonction sur un intervalle:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b \\ = [F(b)] - [F(a)]$$

* remarque:

$$\frac{(f(x))^n}{x} = \frac{1}{x} \times (f(x))^n$$

$$\frac{1}{x \times (f(x))^n} = \frac{\frac{1}{x}}{(f(x))^n}$$

* propriétés:

- $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
- $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$
- $\int_a^b m \times f(x) dx = m \times \int_a^b f(x) dx$

* Integration par parties:

$$\int_a^b u' \times v dx = [u \times v]_a^b - \int_a^b v' \times u dx$$

Remarque:

$f_n \rightarrow v$

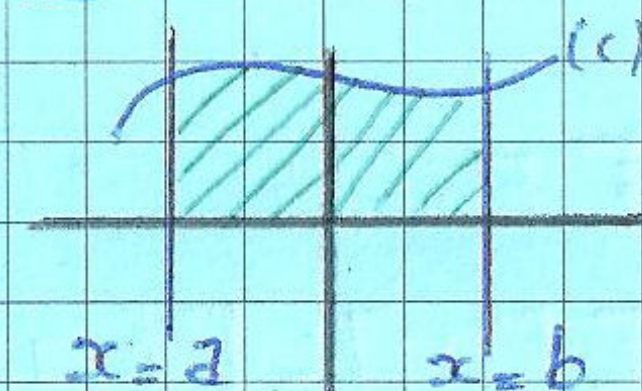
$\left\{ \begin{array}{l} \text{polynome} \\ e \end{array} \right\} u'$

polynome $\rightarrow v$

$e \rightarrow u'$

III. Les Aires:

* propriété 1:



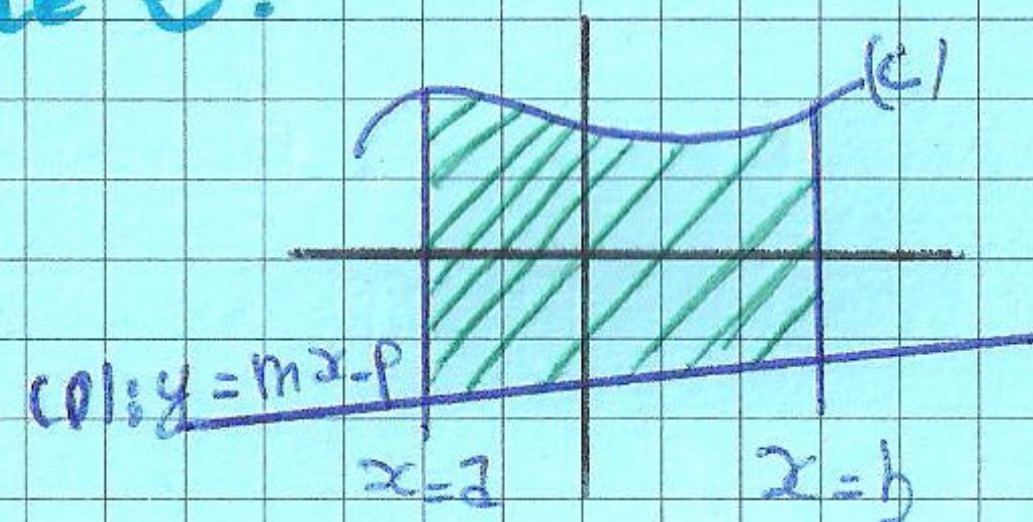
• Si (C) est au dessus de l'axe des abscisses:

$$A = \int_a^b f(x) dx \text{ u.a.}$$

• Si (C) est au dessous de l'axe des abscisses:

$$A = -\int_a^b f(x) dx \text{ u.a.}$$

* propriété 2:



• Si (C) au dessus de la droite D:

$$A = \int_a^b f(x) \cdot y dx \text{ u.a.}$$

• Si (C) au dessous de la droite D:

$$A = \int_a^b (y - f(x)) dx \text{ u.a.}$$

Remarque: $\perp_2 = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$