الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2024
- الموضوع -

sssssssssssssssssssssss | SN F24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵉⵏⵏⵓⵏⵉⵜ

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (خيار فرنسي)	المعامل	4

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L’utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l’épreuve suivant l’ordre qui lui convient ;
- ✓ L’utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L’épreuve est composée de deux exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4.5 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	4.5 points
Problème	Etude d’une fonction numérique, calcul intégral	11 points

	Exercice 1 : **(4.5 points)**
	Soit (u_n) une suite numérique définie par : n de $\mathbb{N}$. pour tout $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4}$
0.75	1. Montrer, par récurrence, que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n < 1$.
0.5	2. a. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n + 3)(1 - u_n)}{u_n + 4}$.
0.5	b. En déduire la monotonie de la suite (u_n).
0.25	c. Montrer que (u_n) est une suite convergente.
	3. Considérons la suite (v_n) définie par : n de $\mathbb{N}$. pour tout $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$
0.75	a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{5}$ puis calculer v_0 .
0.5	b. Déterminer v_n en fonction de n.
0.75	c. Montrer que : $u_n = \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{5}\right)^n}{1 + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{5}\right)^n}$. pour tout n de $\mathbb{N}$.
0.5	d. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.
	Exercice 2 : **(4.5 points)**
	Une urne contient quatre **(4)** boules **rouges**, trois **(3)** boules **vertes** et deux **(2)** boules **jaunes**.
	On tire simultanément trois boules de l'urne. (On suppose que les boules sont indiscernables au toucher)
	Soient les évènements suivants :
	A : « obtenir trois boules de couleurs différentes ».
	B : « obtenir au moins une boule rouge ».
1.5	1. Montrer que : $p(A) = \dfrac{79}{84}$. et $p(B) = \dfrac{37}{42}$.
	2. Soit X une variable aléatoire qui assoie au nombre des boules jaunes restantes dans l'urne.
0.5	a. Montrer que l'ensemble des valeurs prises X est $\{0;1;2\}$.
2.25	b. Montrer que $p(X=1) = \dfrac{1}{2}$ et en déduire la loi de probabilité de X.
0.5	c. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable X.

Problème : (11 points)

<u>Première partie :</u>

Soit g la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $g(x)=\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$.

0.75 1. a. Vérifier que : $g'(x)=\dfrac{x+2}{(x+1)^2}$ pour tout x de $]-1;+\infty[$.

0.5 b. Dresser le tableau des variations de g.

0.75 2. Calculer $g(0)$ puis en déduire que pour tout x de $]-1;+\infty[$, $g(x)\geq 0$.

<u>Deuxième partie :</u>

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x)=x\ln(x+1)$.

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, tel que $\|\vec{i}\|=2\,\text{cm}$.

0.75 1. Calculer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

1.75 2. Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

0.75 3. a. Montrer que pour tout x de $]-1;+\infty[$, $f'(x)=g(x)$.

0.5 b. En déduire la monotonie de f sur $]-1;+\infty[$.

0.75 4. a. Déterminer les réels a, b et c pour tout x de $]-1;+\infty[$, $\dfrac{x^2}{x+1}=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

1.5 b. En utilisant l'intégration par parties, montrer que : $\int_0^{e-1} f(x)\,dx=\dfrac{e^2-1}{4}$.

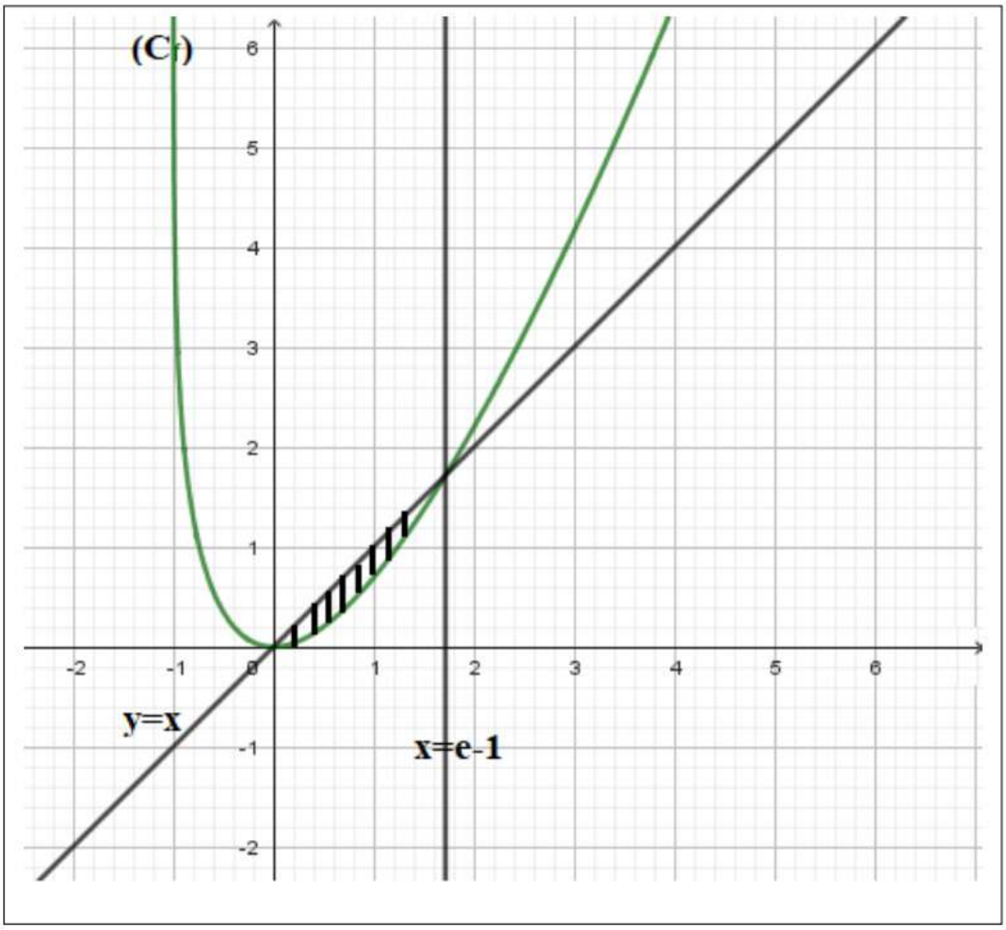
1 c. En déduire l'aire de la partie hachurée, du domaine plan délimité par (C_f), la droite de l'équation $y=x$, et les droites d'équations : $x=0$ et $x=e-1$.

5. Soit h la restriction de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

0.75 a. Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

0.5 b. Donner le tableau de variation de h^{-1}.

0.75 c. Construire la courbe h^{-1} dans le même repère (utiliser une autre couleur différente).


(C_f)
y=x
x=e-1