

Exercice 1 (5 points)

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas suivants :

- 1) $f(x) = \frac{9x - 20}{x^2 - 10x + 9}$; 2) $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$; 3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 5}$
 4) $f(x) = \sqrt{\frac{2x - 3}{4 - x}}$; 5) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 1}$; 6) $f(x) = 3x - 1 - \frac{1}{\sqrt{x + 4}}$

Exercice 2 (5 points)

Calculer en justifiant votre réponse les limites suivantes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 5} - 3}{x - 2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - x}{3 - x}$
 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x + 1 + \frac{3}{\sqrt{x + 1}}$; 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x + 1 - \sqrt{x^2 + 1}$; 6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Exercice 3 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{8\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 35}{x^2 - 13x + 40} \text{ si } x \neq 5 \text{ et } f(5) = -4.$$

- 0,75 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu
 0,75 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$; interpréter géométriquement les résultats obtenus
 1 2) a) Montrer que la fonction f est continue en 5.
 1 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$
 0,5 c) Résoudre l'équation $f(x) = 1$

Exercice 4 :

Soit la fonction numérique g définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases}
 f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1} & \text{si } x > 1 \\
 f(x) = \frac{x - 1}{x^3 + 2x - 3} + \frac{11}{20} & \text{si } x < 1 \\
 f(1) = \frac{3}{4}
 \end{cases}$$

0,5 1) a) Montrer que $(\forall x \in]1, +\infty[)$ $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+x+2}+2}$

0,5 b) Démontrer que f est continue à droite en 1.

0,5 2) a) Montrer que $(\forall x \in]-\infty, 1[)$ $f(x) = \frac{1}{x^2+x+3} + \frac{11}{20}$

0,5 b) Étudier la continuité de f à gauche en 1

0,5 3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

1,5 b) Démontrer que $(\forall x \in]1, +\infty[)$ $f(x) = \frac{\sqrt{1+1/x} + 2/x - 2/x}{1-1/x}$

puis déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

1 c) Déterminer les asymptotes de la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.